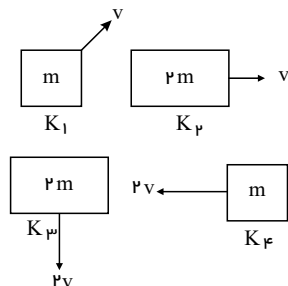




۱- در کدام گزینه مقایسه‌ی درستی بین انرژی جنبشی اجسام زیر صورت گرفته است؟ (V بیانگر تندی جسم است.)



① $K_3 = 2K_4 = 2K_2 = 4K_1$

② $K_3 = \frac{1}{2}K_4 = \frac{1}{4}K_2 = \frac{1}{8}K_1$

③ $K_3 = 2K_4 = 4K_2 = 8K_1$

④ $\frac{1}{2}K_3 = \frac{1}{4}K_4 = \frac{1}{2}K_2 = K_1$

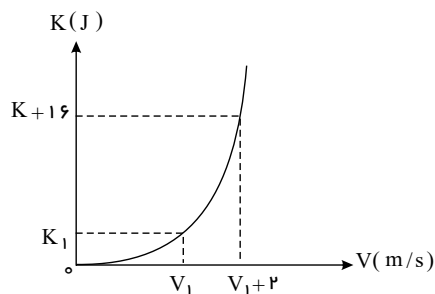
۲- متحرکی با تندی v در حرکت است. اگر تندی متحرک به اندازه $3m/s$ کاهش یابد، انرژی جنبشی متحرک $\frac{v}{16}$ مقدار اولیه‌اش تغییر می‌کند، v چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۸ ② ۱۲ ③ ۱۶ ④ ۳۰۰

۳- اگر جرم جسمی ۲۰ درصد کاهش و تندی آن $10m/s$ افزایش پیدا کند، انرژی جنبشی آن ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. تندی اولیه‌ی جسم چند متر بر ثانیه بوده است؟

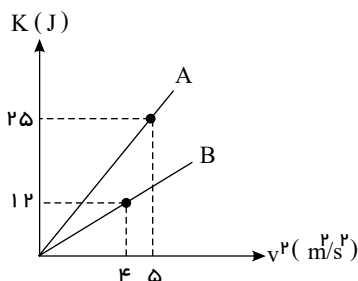
- ① ۱۰ ② ۲۰ ③ ۳۰ ④ ۴۰

۴- نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم ۲۰۰ گرم بر حسب تندی آن مطابق شکل زیر است. v_1 چند m/s است؟



- ① ۴۰ ② ۴۱ ③ ۳۹ ④ ۳۸

۵- شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی جنبشی دو جسم A و B را بر حسب مربع تندی آن‌ها نشان می‌دهد. اختلاف جرم جسم‌های A و B چند کیلوگرم است؟



- ① ۲ ② ۴ ③ ۶ ④ ۸

۶- قطاری از یک لوکوموتیو به همراه یک واگن تشکیل شده است. جرم واگن $\frac{4}{5}$ جرم قطار است و مجموعه با تندی ثابت روی ریلی مستقیم در حال حرکت است. وقتی واگن از لوکوموتیو جدا می‌شود، تندی لوکوموتیو $5m/s$ بیشتر از تندی واگن می‌شود. اگر در این حالت انرژی جنبشی لوکوموتیو ۶۹ درصد بیشتر از انرژی جنبشی واگن باشد، تندی واگن چند متر بر ثانیه است؟ (تندی لوکوموتیو و واگن بعد از جدا شدن از هم ثابت فرض شود.)

- ① ۲,۷۵ ② ۴,۱۲۵ ③ ۳,۱۲۵ ④ ۳,۷۵



۷- اگر خودرویی به جرم 2000 kg ، تندی خود را 3 متر بر ثانیه افزایش دهد، انرژی جنبشی آن 69 درصد افزایش می‌یابد. اگر انرژی موجود در سوخت این خودرو معادل با $27,6\text{ MJ/L}$ باشد، برای این تغییر تندی، چند میلی‌لیتر سوخت مصرف می‌شود؟ (فرض کنید تمام انرژی آزاد شده از سوخت صرف افزایش تندی خودرو شود.)

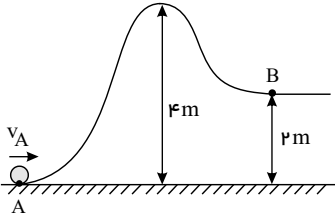
۱,۲۵ (۴)

۲,۵ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱)

۸- مطابق شکل زیر، جسمی در پایین تپه‌ای در نقطه A با تندی v_A پرتاب می‌شود. حداقل تندی v_A چند متر بر ثانیه باشد تا جسم بتواند به نقطه B در طرف دیگر تپه برسد؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$) و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)



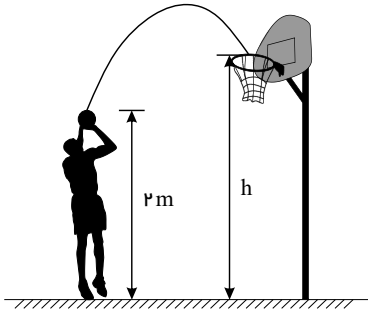
$4\sqrt{5}$ (۲)

۸۰ (۴)

$2\sqrt{10}$ (۱)

۴۰ (۳)

۹- مطابق شکل، توپ بسکتبال با تندی $v_1 = 5\frac{m}{s}$ به سمت سبد پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی $v_2 = 4\frac{m}{s}$ به دهانه سبد برسد، با نادیده گرفتن مقاومت هوا، ارتفاع سبد تا دست ورزشکار (محل اولیه پرتاب) چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)



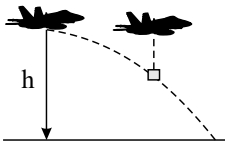
۲,۴۵ (۱)

۲۴۵ (۲)

۰,۴۵ (۳)

۴۵ (۴)

۱۰- مطابق شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع h از سطح زمین و با تندی 60 m/s حرکت می‌کند، بمبی را رها می‌کند، بمب با تندی 100 m/s به زمین برخورد می‌کند. ارتفاع h چند متر است ($g = 10\text{ N/kg}$)، از مقاومت هوا صرف نظر شود.)



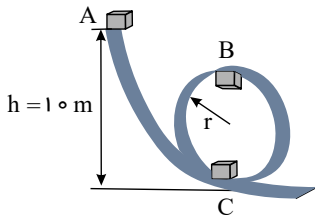
۶۴۰ (۲)

۲۵۰ (۴)

۵۰۰ (۱)

۳۲۰ (۳)

۱۱- جرم m از ارتفاع مشخص $h = 10\text{ m}$ از سطح زمین، روی سطح بدون اصطکاک رها و سپس وارد حلقه‌ای به قطر 5 متر می‌شود. در نهایت پس از یک دور زدن در حلقه از آن خارج می‌شود. تندی جسم در پایین‌ترین نقطه حلقه چند برابر تندی جسم در بالاترین نقطه حلقه می‌باشد؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)



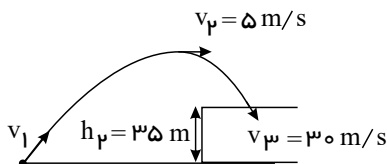
۲۰ (۲)

$\sqrt{2}$ (۴)

۱۰ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۱۲- مطابق شکل زیر، تویی از سطح زمین با تندی v_1 به طرف بالای ساختمانی پرتاب می‌شود، اگر تندی توپ در بالاترین نقطه مسیر 5 m/s و تندی برخورد آن به بالای ساختمان 30 m/s باشد، به ترتیب از راست به چپ ارتفاع نقطه اوج از سطح زمین و تندی اولیه پرتاب (v_1) برحسب واحدهای SI کدام است؟ (از اصطکاک و مقاومت هوا صرف نظر شود، $g = 10\text{ N/kg}$)



۳۵,۴۳,۷۵ (۲)

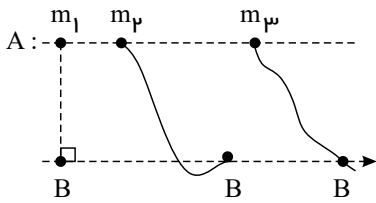
۳۵,۷۸,۷۵ (۴)

۴۰,۴۳,۷۵ (۱)

۴۰,۷۸,۷۵ (۳)



۱۳- در شکل زیر، سه جسم با جرم‌های $m_1 > m_2 > m_3$ و از ارتفاع‌های یکسان از سطح زمین، در مسیرهای نشان داده شده از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. جسم اول سقوط می‌کند و مقاومت هوا برای این مسیر ناچیز است و دو مسیر دیگر نیز بدون اصطکاک فرض شوند. کدام گزینه مقایسه‌ی درستی از انرژی جنبشی و تندی جسم‌ها را در سطحی که نقاط B قرار دارند، نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



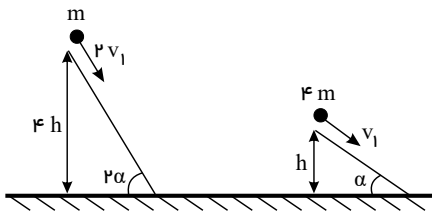
① $v_1 = v_2 = v_3, K_1 = K_2 = K_3$

② $v_1 > v_2 > v_3, K_1 > K_2 > K_3$

③ $v_2 > v_3 > v_1, K_2 > K_3 > K_1$

④ $v_1 = v_2 = v_3, K_2 > K_3 > K_1$

۱۴- مطابق شکل زیر، دو گلوله روی سطح بدون اصطکاک به سمت پایین پرتاب می‌شوند. تندی گلوله سنگین‌تر هنگام رسیدن به سطح زمین، چند برابر تندی گلوله سبک‌تر هنگام رسیدن به سطح زمین است؟



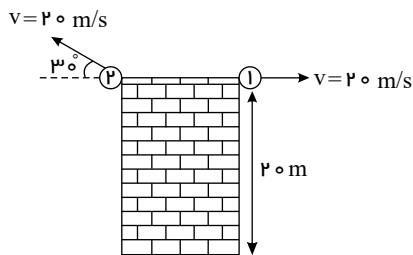
②

① $\frac{1}{2}$

④

③ $\frac{1}{4}$

۱۵- در شرایط خلأ مطابق شکل دو گلوله به جرم‌های $m_1 = 2 \text{ kg}$ و $m_2 = 4 \text{ kg}$ با تندی یکسان 20 m/s از ارتفاع 20 m متری سطح زمین پرتاب می‌شوند. نسبت انرژی جنبشی گلوله (۱) به انرژی جنبشی گلوله (۲) در هنگام برخورد با زمین کدام است؟



② $\frac{1}{2}$

① ۱

④ ۲

③ ۳

۱۶- گلوله‌ای در شرایط خلأ از سطح زمین با تندی اولیه 20 m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که تندی گلوله 5 m/s می‌شود نسبت انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی گلوله کدام است؟ (سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

④ ۱۶

③ ۱۵

② ۴

① ۱۲

۱۷- گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh ، انرژی جنبشی آن با $\frac{2}{5}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ چقدر است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض می‌شود.)

④ $\frac{3}{5}$

③ $\frac{2}{5}$

② $\frac{5}{7}$

① $\frac{2}{7}$

۱۸- توپی را با تندی 20 m/s از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر از اتلاف انرژی و مقاومت هوا صرف نظر کنیم، در چه ارتفاعی بر حسب متر از سطح زمین، انرژی جنبشی توپ $\frac{1}{3}$ انرژی پتانسیل گرانشی توپ در آن ارتفاع خواهد بود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

④ ۱۵

③ ۱۲

② ۹

① ۱۰

۱۹- در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر به ترتیب در ارتفاع‌های h_1 و h_2 ، از سطح زمین نسبت انرژی پتانسیل گرانشی گلوله به انرژی جنبشی آن ۳ و ۱۵ باشد، در این صورت نسبت تندی گلوله در ارتفاع h_2 به تندی گلوله در ارتفاع h_1 کدام است؟ (سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

④ ۳

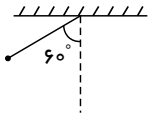
③ $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

① ۲



۲۰- مطابق شکل زیر، آونگی به جرم m و طول ℓ را از راستای قائم به اندازه 60° منحرف کرده و از حال سکون رها می‌کنیم. اندازه سرعت آونگ هنگامی که از وضعیت قائم می‌گذرد کدام است؟ (g شتاب گرانشی در محل آزمایش است و از جرم نخ و اتلاف انرژی صرف نظر شود).



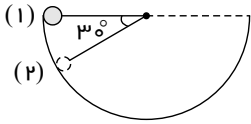
۲۰ (۴) $2\sqrt{gl}$

۲۰ (۳) $\sqrt{2gl}$

۲۰ (۵) \sqrt{gl}

۲۰ (۱) $\sqrt{\frac{gl}{2}}$

۲۱- گلوله کوچکی را به نخ سبک به طول ۱ متر بسته و از نقطه (۱) درون یک نیمکره با اصطکاک ناچیز، رها می‌کنیم. تندی گلوله هنگام عبور از نقطه (۲) چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۲) چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

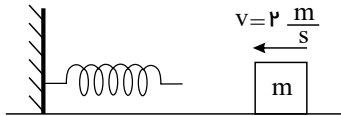
(۲) ۵ (۵) $\sqrt{2}$

(۲) ۱۰ (۱) $\sqrt{10}$

(۲) ۲ (۴) $\sqrt{5}$

(۲) ۱۰ (۳)

۲۲- مطابق شکل زیر، روی سطح افقی بدون اصطکاک، جسمی به جرم 200 g با تندی ثابت 2 m/s به فنری افقی با جرم ناچیز که در حال تعادل است، برخورد می‌کند. بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در مجموعه جسم و فنر چند ژول است؟



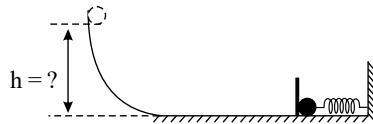
(۲) ۲۰۰

(۲) ۰٫۴

(۲) ۰٫۲

(۲) ۴۰۰ (۳)

۲۳- در شکل زیر مانع از حرکت گلوله ۴ کیلوگرمی شده‌ایم و در این وضعیت، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم - فنر، ۲۰۰ ژول است. اگر ناگهان مانع را از جلوی گلوله برداریم، گلوله حداکثر تا چه ارتفاعی (h) از سطح زمین برحسب متر بالا می‌رود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اصطکاک کلیه سطوح و مقاومت هوا ناچیز است).



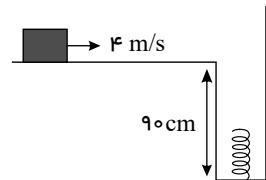
(۲) ۵

(۲) ۲

(۲) ۱۰

(۲) ۸ (۳)

۲۴- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg با سرعت 4 m/s روی سطح افقی بدون اصطکاک پرتاب می‌شود، سپس از بالای سطح، روی فنر قائم که در سطح زمین قرار دارد می‌افتد و آن را به‌طور کامل فشرده می‌کند، وقتی فنر کاملاً فشرده شود، طول آن 10 cm می‌شود. بیشترین پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اتلاف انرژی نداریم).



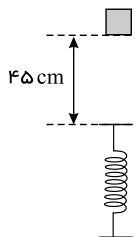
(۲) ۳۴

(۲) ۳۶ (۱)

(۲) ۳۰

(۲) ۳۲ (۳)

۲۵- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم 2 kg از فاصله ۴۵ سانتی‌متری فنر، از حال سکون رها می‌شود. اگر حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه وزنه - فنر ۱۲ ژول باشد، فنر در اثر برخورد وزنه حداکثر چند سانتی‌متر فشرده می‌شود؟ (اصطکاک کلیه سطوح و مقاومت هوا ناچیز است و $g = 10 \text{ N/kg}$)



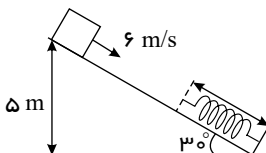
(۲) ۲۲٫۵

(۲) ۳۰ (۱)

(۲) ۷٫۵

(۲) ۱۵ (۳)

۲۶- جسمی به جرم 0.5 kg مطابق شکل با تندی 6 m/s از نقطه A روی سطح شیب‌دار پرتاب می‌شود و به فنری به طول 1 m برخورد می‌کند. اگر حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم - فنر 32.5 J باشد، فنر حداکثر چند سانتی‌متر فشرده شده است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اصطکاک و مقاومت هوا صرف نظر شود).



(۲) ۴۰

(۲) ۳۰ (۱)

(۲) ۷۰

(۲) ۶۰ (۳)



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ انرژی جنبشی یک جسم کمیتی نرده‌ای است که جهت ندارد و از طرفی با جرم جسم و مربع تندی آن نسبت مستقیم دارد.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \\ K_v = \frac{1}{2} \times (2m) \times v^2 = mV^2 \\ K_p = \frac{1}{2} \times (2m) \times (2v)^2 = 4mv^2 \\ K_f = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 2mv^2 \end{cases} \Rightarrow K_v = 2K_f = 4K_p = 8K_1$$

۲ - گزینه ۲ چون تندی جسم کاهش یافته است، لذا انرژی جنبشی آن نیز کاهش می‌یابد.

$$\Delta K = -\frac{v}{16}K_1 \Rightarrow K_v - K_1 = -\frac{v}{16}K_1 \Rightarrow K_v = K_1 - \frac{v}{16}K_1$$

$$\Rightarrow K_v = \frac{9}{16}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_v^2 = \frac{9}{16} \times \left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) \Rightarrow v_v^2 = \frac{9}{16}v_1^2 \Rightarrow v_v = \frac{3}{4}v_1$$

$$\xrightarrow{v_v = v_1 - 3(m/s)} v_1 - 3 = \frac{3}{4}v_1 \Rightarrow 4v_1 - 12 = 3v_1 \Rightarrow v_1 = 12m/s$$

۳ - گزینه ۴

اگر تندی جسم را v و جرم آن را با m نشان دهیم، طبق رابطه مقایسه‌ای انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_v}{K_1} = \frac{m_v}{m_1} \times \left(\frac{v_v}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{m_v = 0.8m_1, v_v = v_1 + 10} \frac{K_v}{K_1} = \frac{0.8m_1}{m_1} \times \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{K_v = 1.25K_1} 1.25 = 0.8 \times \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{4}{5} \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_1 + 10}{v_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4v_1 + 40 = 5v_1 \Rightarrow v_1 = 40m/s$$

۴ - گزینه ۳ با استفاده از رابطه انرژی داریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$K_v = \frac{1}{2}mv_v^2$$

$$K_v - K_1 = \frac{1}{2}m(v_v^2 - v_1^2)$$

$$16 = \frac{1}{2} \times 0.2[(v_1 + 2)^2 - v_1^2] \Rightarrow 16 = 0.1(4v_1 + 4) \Rightarrow v_1 + 1 = 40 \Rightarrow v_1 = 39m/s$$

۵ - گزینه ۲ با استفاده از نمودار و در نظر گرفتن نقاط (۱) و (۲) داریم:

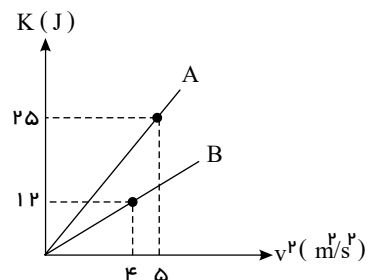
$$(1) : v_{1A}^2 = 5 m^2/s^2, K_{1A} = 25J$$

$$K_A = \frac{1}{2}m_A v_A^2 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2}m_A \times 5 \Rightarrow m_A = 10 kg$$

$$(2) : v_{2B}^2 = 4 m^2/s^2, K_{2B} = 12J$$

$$K_B = \frac{1}{2}m_B v_B^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}m_B \times 4 \Rightarrow m_B = 6kg$$

$$m_A - m = 10 - 6 = 4kg$$



نابراین:

۶ - گزینه ۳ با استفاده از تعریف انرژی جنبشی بعد از جدا شدن واگن از لوکوموتیو، داریم:



$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$m_2 = \frac{4}{5}M, m_1 = \frac{1}{5}M \rightarrow \frac{1}{1.69} = \frac{\frac{4}{5}M}{\frac{1}{5}M} \times \left(\frac{v_2}{v_2 + 5}\right)^2$$

$$v_1 = (v_2 + 5)m/s, K_1 = 1.69K_2 \rightarrow \frac{1}{1.69} = \frac{1}{\frac{1}{5}M} \times \left(\frac{v_2}{v_2 + 5}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{v_2}{v_2 + 5} = \frac{5}{13} \rightarrow v_2 = 3.125m/s$$

۷ - گزینه ۳ با استفاده از تعریف انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1.69K_1}{K_1} = \left(\frac{v_1 + 3}{v_1}\right)^2 \Rightarrow v_1 = 10m/s$$

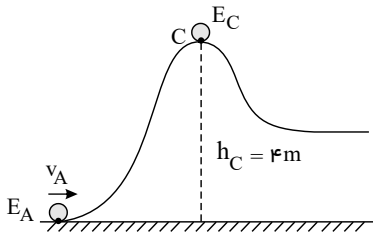
تغییرات انرژی جنبشی خودرو برابر است با:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2000 \times (13^2 - 10^2) \Rightarrow \Delta K = 69 \times 10^3 J$$

انرژی موجود در سوخت برابر با $10^6 \frac{J}{L} \times 27.6$ است، بنابراین با یک تناسب ساده داریم:

$$\text{حجم سوخت مصرفی} = \frac{69 \times 10^3}{27.6 \times 10^6} = 2.5mL$$

۸ - گزینه ۲ برای اینکه جسم به نقطه B برسد لازم است ابتدا تا نقطه C (قله تپه) بالا برود. برای تعیین حداقل تندی در نقطه A، تندی در نقطه C را صفر می گیریم و با توجه به عدم وجود اصطکاک داریم:

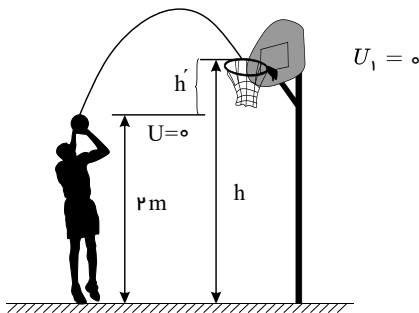


$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \xrightarrow{U_A=0, K_C=0} \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh_C}$$

$$= \sqrt{2 \times 10 \times 4} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}m/s$$

۹ - گزینه ۴

مطابق شکل، محل اولیه پرتاب توپ (دست ورزشکار) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم، داریم:



اکنون طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 25 = \frac{1}{2} \times 16 + 10 \times h' \Rightarrow 12.5 - 8 = 10h' \Rightarrow h' = 0.45m = 45cm$$

۱۰ - گزینه ۳ بین لحظه رها شدن (۱) و لحظه برخورد به زمین (۲)، اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می نویسیم: (دقت کنید که در لحظه رها شدن، تندی بمب با تندی هواپیما یکسان است و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفتیم.)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

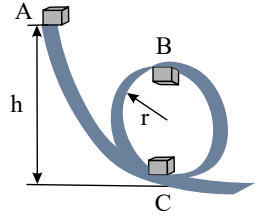
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2 \times 10}(100^2 - 60^2) = \frac{6400}{20} = 320m$$

۱۱ - گزینه ۴ با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و B داریم: (دقت کنید پایین ترین نقطه حلقه را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم.)



$$\begin{aligned}
 E_B &= E_A \\
 \Rightarrow K_B + U_B &= K_A + U_A \\
 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mgd &= 0 + mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = mg(h-d) \\
 \Rightarrow v_B &= \sqrt{2g(h-d)} = \sqrt{2 \times 10 \times (10-5)} = 10 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$



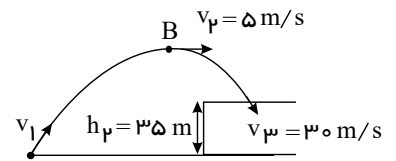
با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و C داریم:

$$\begin{aligned}
 E_C &= E_A \\
 \Rightarrow K_C + U_C &= K_A + U_A \\
 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + 0 &= 0 + mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = mgh
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10} = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$$

۱۲ - گزینه ۳ با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم: (سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)

$$\begin{aligned}
 E_A &= E_C \\
 \Rightarrow K_A + U_A &= K_C + U_C \xrightarrow{U_A=0} \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \\
 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 &= \frac{1}{2} \times (30)^2 + 10 \times 35 \Rightarrow v_1^2 = 1600 \Rightarrow v_1 = 40 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$



در حالت دوم بین دو نقطه B و C داریم:

$$\begin{aligned}
 E_B &= E_C \\
 \Rightarrow K_B + U_B &= K_C + U_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \\
 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B &= \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C
 \end{aligned}$$

$$\frac{v_B=5 \text{ m/s}, v_C=30 \text{ m/s}}{h_C=35 \text{ m}} \rightarrow \frac{1}{2} \times (5)^2 + 10h_B = \frac{1}{2} \times (30)^2 + 10 \times 35 \Rightarrow h_B = 71.75 \text{ m}$$

۱۳ - گزینه ۴ چون اتلاف انرژی نداریم، لذا انرژی مکانیکی در طول مسیر هر ۳ گلوله ثابت است، لذا داریم: (دقت کنید سطحی که نقطه B روی آن قرار دارد را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و سطح A را، نقطه رها شدن جسم در نظر می‌گیریم.)

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \xrightarrow{K_A=0} U_A = K_B \xrightarrow{U_B=0} U_A = K_B$$

پس انرژی جنبشی اجسام در نقطه B برابر با انرژی پتانسیل آن‌ها در نقطه A است و چون ارتفاع اولیه هر ۳ گلوله یکسان است، لذا طبق رابطه $U = mgh$ گلوله‌ای که جرم بیش‌تری دارد انرژی پتانسیل گرانشی بیش‌تر و در نتیجه انرژی جنبشی بیش‌تری در نقطه B دارد:

$$m_\psi > m_\varphi > m_1 \Rightarrow U_\psi > U_\varphi > U_1 \Rightarrow K_\psi > K_\varphi > K_1$$

از طرفی برای مقایسه تندی‌ها داریم:

$$U_A = K_B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

چون ارتفاع رها شدن سه گلوله یکسان است، لذا گلوله‌ها با تندی یکسان به نقطه B می‌رسند.

۱۴ - گزینه ۱ برای یک گلوله به جرم m_0 که با تندی v_0 پرتاب می‌شود و در مسیری بدون اتلاف انرژی ارتفاع H را پایین می‌آید داریم:

$$E' = E \Rightarrow U' + K' = U + K \Rightarrow m_0 g(0) + \frac{1}{2}m_0 v_0^2 = m_0 gH + \frac{1}{2}m_0 v_0'^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_0'^2 = gH + \frac{1}{2}v_0^2 \Rightarrow v_0' = \sqrt{2gH + v_0^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{گلوله سنگین} \xrightarrow{v_0=v_1, H=h} v_{fm} = \sqrt{2gh + v_1^2} \\ \text{گلوله سبک} \xrightarrow{v_0=2v_1, H=4h} v_{fm} = \sqrt{2g(4h) + (2v_1)^2} = 2\sqrt{2gh + v_1^2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{v_{fm}}{v_m} = \frac{\sqrt{2gh + v_1^2}}{2\sqrt{2gh + v_1^2}} = \frac{1}{2}$$



پس پاسخ گزینه ۱ است.

۱۵ - گزینه ۲ در نقطه پرتاب، چون تندی و ارتفاع اولیه هر دو جسم یکسان و $m_2 = 2m_1$ است. بنابراین $E_2 = 2E_1$ می باشد. در لحظه برخورد چون انرژی پتانسیل هر دو صفر می شود. با توجه به این که $E_2 = 2E_1$ است، داریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}K_2$$

۱۶ - گزینه ۳ در گام اول انرژی مکانیکی جسم را در لحظه پرتاب محاسبه می کنیم.

$$E_1 = K_1 + U_1$$

$$\rightarrow E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m \times 400 = 200m(J)$$

در گام دوم انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گلوله را در نقطه دوم محاسبه می کنیم.

$$K_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{25}{2}m = 12,5m(J)$$

با توجه به این که اتلاف نداریم:

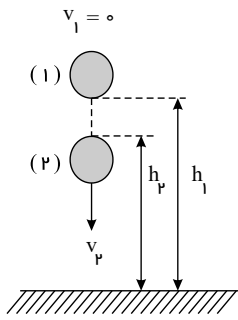
$$E_1 = E_2 \rightarrow E_1 = K_2 + U_2$$

$$200m = 12,5m + U_2 \rightarrow U_2 = 187,5m(J)$$

$$\rightarrow \frac{U_2}{K_2} = \frac{187,5m}{12,5m} = 15$$

۱۷ - گزینه ۱

با توجه به ناچیز بودن مقاومت هوا و این که سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شده است. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

از طرفی:

$$v_1 = 0 \Rightarrow K_1 = 0$$

$$U_1 = \frac{2}{5}U_2 + U_2 = \frac{7}{5}U_2 \Rightarrow mgh_1 = \frac{7}{5}mgh_2 \Rightarrow h_1 = \frac{7}{5}h_2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{\frac{7}{5}h_2 - h_2}{\frac{7}{5}h_2} = \frac{\frac{2}{5}h_2}{\frac{7}{5}h_2} = \frac{2}{7}$$

۱۸ - گزینه ۴ می دانیم اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم، انرژی مکانیکی ثابت خواهد ماند. بنابراین خواهیم داشت:

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow[U_1=0]{h_2 = \frac{1}{3}U_2} K_1 + 0 = \frac{1}{3}U_2 + U_2 \Rightarrow K_1 = \frac{4}{3}U_2$$

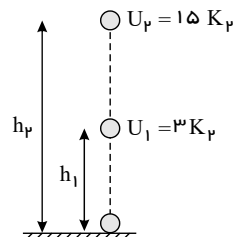
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{4}{3}mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{4}{3}gh_2 \xrightarrow{v_1 = 20 \text{ m/s}} \frac{1}{2} \times (20)^2 = \frac{4}{3} \times 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 15m$$

۱۹ - گزینه ۲ هنگامی که گلوله را از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می کنیم، انرژی جنبشی گلوله کاهش می یابد و به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می شود و چون در مسیر، اصطکاک و مقاومت هوا وجود ندارد، پس طبق قانون، پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow[U_1 = 3K_1]{U_2 = 15K_2} 3K_1 + K_1 = 15K_2 + K_2$$

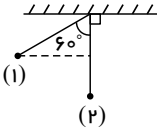
$$\Rightarrow 4K_1 = 16K_2 \Rightarrow K_1 = 4K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = 4 \times \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 4v_2^2 \Rightarrow v_1 = 2v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$



انرژی

چون اتلاف انرژی نداریم، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی و با فرض نقطه (۲) به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، می توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1) = 0$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{v_1 = h_1 = 0} \frac{1}{2}v_2^2 - g\ell = 0 &\Rightarrow |v_2| = \sqrt{g\ell} \\ h_1 = \ell - \ell \cos 60^\circ = \frac{\ell}{2} \end{aligned}$$

۲۱ - گزینه ۱ با در نظر گرفتن پایین ترین نقطه مسیر کروی به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$h_2 = h_1 - h_1 \sin 30^\circ = 1 - 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}m$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

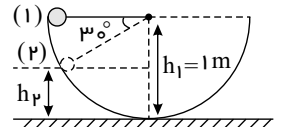
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\xrightarrow{\text{حذف } m \text{ از طرفین}} \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0 + 10 \times 1 = \frac{1}{2}v_2^2 + 10 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 0 + 10 = \frac{1}{2}v_2^2 + 5$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 10 \Rightarrow v_2 = \sqrt{10} \text{ m/s}$$



۲۲ - گزینه ۱ طبق پایستگی انرژی، بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم - فنر در لحظه ای ایجاد می شود که انرژی جنبشی این سامانه صفر شود (جسم متوقف شود)، و در این حالت انرژی پتانسیل سامانه برابر انرژی جنبشی اولیه جسم است.

$$\Rightarrow U_{Max} = kx_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{200}{1000}kg\right) \left(2\frac{m}{s}\right)^2 = 0,4 J$$

پس پاسخ گزینه ۱ است.

۲۳ - گزینه ۲ حداکثر ارتفاع گلوله، جایی است که $v_B = 0$ شود. بنابراین با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_B = E_A \Rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A$$

$$v_B = 0 \Rightarrow K_B = 0$$

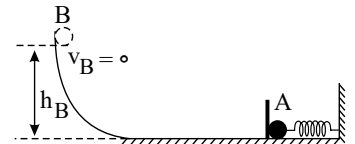
$$v_A = 0 \Rightarrow K_A = 0$$

$$U_B = mgh_B$$

$$U_A = U_{کشسانی}$$

$$\Rightarrow mgh_B = U_{کشسانی}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10 \times h_B = 200 \Rightarrow h_B = 5m$$



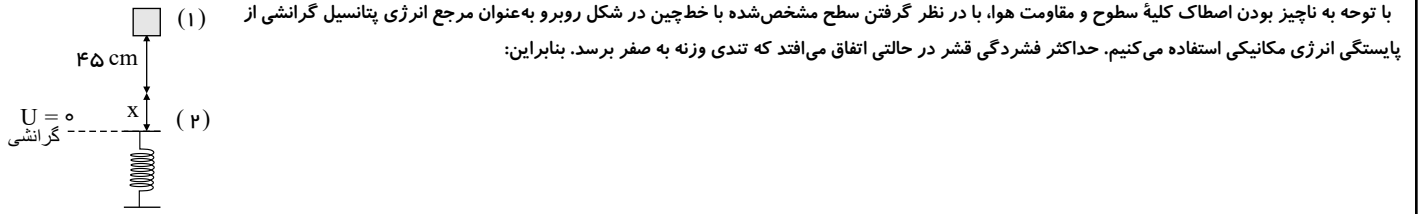
۲۴ - گزینه ۳ چون نیروهای اتلاف کننده نداریم انرژی پایسته است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + U_e + K_2$$

وقتی فنر بیشترین فشردگی دارد، جسم ساکن است و ارتفاع آن از سطح زمین برابر با ۱۰ cm است. اگر سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم:

$$\rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + U_e + 0$$

$$\rightarrow 2 \times 10 \times 0,9 + \frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 2 \times 10 \times 0,1 + U_e \rightarrow U_e = 32J$$



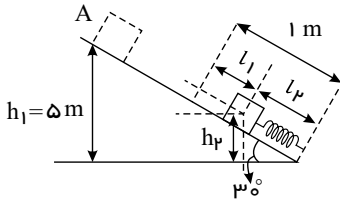
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + U_{کششی} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + U_{کششی}$$

$$v_1 = 0, h_1 = (0,45 + x)$$

$$\rightarrow 0 + 2 \times 10 \times (0,45 + x) = 0 + 0 + 12$$

$$\Rightarrow 20 \times (0,45 + x) = 12 \Rightarrow 0,45 + x = 0,6 \Rightarrow x = 0,15m \times \left(\frac{10^2 cm}{1m}\right) = 15cm$$

۲۶ - گزینه ۲ حداکثر فشردگی فنر هنگامی اتفاق می‌افتد که تندی جسم به صفر برسد. در این وضعیت، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه فنر - جسم نیز بیشترین مقدار است. بنابراین با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + U_{کششی}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0,5 \times 6^2 + 0,5 \times 10 \times 5 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 0 + 0,5 \times 10 \times h_2 + 32,5$$

$$\Rightarrow 9 + 25 = 0 + 5h_2 + 32,5 \Rightarrow h_2 = 0,3m$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h_2}{l_2} \Rightarrow l_2 = \frac{h_2}{\sin 30^\circ} = \frac{0,3}{\frac{1}{2}} = 0,6m$$

$$\Rightarrow \text{حداکثر فشردگی فنر: } l_1 = 1 - 0,6 = 0,4m \times \left(\frac{10^2 cm}{1m}\right) = 40 cm$$

بنابراین:

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳

۵ - ۲

۹ - ۴

۱۳ - ۴

۱۷ - ۱

۲۱ - ۱

۲۵ - ۳

۲ - ۲

۶ - ۳

۱۰ - ۳

۱۴ - ۱

۱۸ - ۴

۲۲ - ۱

۲۶ - ۲

۳ - ۴

۷ - ۳

۱۱ - ۴

۱۵ - ۲

۱۹ - ۲

۲۳ - ۲

۴ - ۳

۸ - ۲

۱۲ - ۳

۱۶ - ۳

۲۰ - ۲

۲۴ - ۳