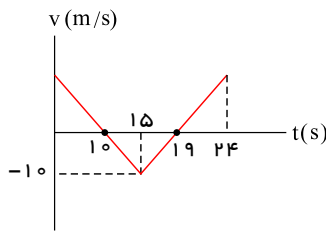




۱- معادله مکان - زمان جسمی به جرم $500g$ که روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 + 4t - 2$ است. تکانه جسم در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ چند $kg \cdot m/s$ تغییر می کند؟

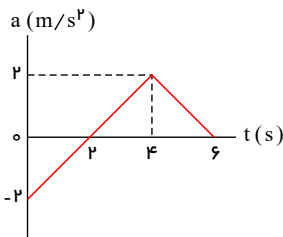
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی به جرم $2kg$ به صورت شکل زیر است. در 24 ثانیه اول حرکت، اندازه تغییر تکانه جسم چند واحد SI است؟



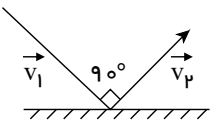
- ۴۵ (۱)
۱۵ (۲)
۲۲٫۵ (۳)
۷٫۵ (۴)

۳- در شکل زیر نمودار شتاب - زمان متحرکی به جرم $2kg$ که روی محور x در حرکت است، نشان داده شده است. اگر سرعت اولیه متحرک $4m/s$ باشد. اندازه تکانه آن در لحظه $t = 6s$ چند $kg \cdot m/s$ است؟



- ۲۰ (۱)
۴ (۲)
۸ (۳)
۱۲ (۴)

۴- گلوله ای به جرم $1kg$ مطابق شکل زیر با سرعت $v_1 = 4 \frac{m}{s}$ به زمین برخورد کرده و با سرعت $v_2 = 3 \frac{m}{s}$ از زمین جدا می شود تغییر تکانه گلوله بر حسب کیلوگرم متر بر ثانیه کدام است؟



- ۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۵- جسمی در حال حرکت با اندازه ی شتاب ثابت می باشد. کدام یک از گزینه های زیر در مورد این جسم، الزاماً درست است؟

- ۱) امتداد سرعت آن ثابت است. ۲) مسیر حرکت آن خط راست است. ۳) اندازه ی نیروی وارد بر آن ثابت است. ۴) تکانه ی وارد بر آن ثابت است.

۶- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

- ۱) اگر برآیند نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، تکانه آن صفر است.
۲) در حرکت دایره ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.
۳) اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر نباشد، اندازه سرعت آن حتماً تغییر می کند.
۴) در حرکت شتاب دار تندشونده بر روی خط راست، بردارهای سرعت و نیرو هم جهت اند.

۷- تکانه جسمی در فاصله زمانی 0.05 دقیقه از $-25kg \cdot m/s$ به $35kg \cdot m/s$ تغییر نموده است. اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در این فاصله زمانی چند نیوتون است؟

- ۱۰ (۱) ۱۰ (۲) $\frac{20}{3}$ (۳) ۲۰ (۴)



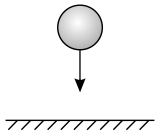
۸- معادله بردار تکانه جسمی بر حسب زمان در SI به صورت $\vec{p} = 3t^2\vec{i} - 8t\vec{j}$ است. بردار نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ در SI کدام است؟

- (۱) $12\vec{i} - 16\vec{j}$ (۲) $24\vec{i} + 16\vec{j}$ (۳) $12\vec{i} - 8\vec{j}$ (۴) $8\vec{i} + \frac{8}{3}\vec{j}$

۹- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $200g$ از ارتفاع 20 متری یک توده‌ی شنی با سرعت $15 \frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود و پس از فرو رفتن در راستای قائم در توده‌ی شنی متوقف می‌شود. اگر مدت زمان حرکت گلوله در توده‌ی شنی تا لحظه‌ی توقف کامل آن $1/10$ ثانیه باشد، اندازه‌ی نیروی متوسطی که از طرف توده‌ی شنی به گلوله وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۵۲ (۲) ۵۰ (۳) ۴۸ (۴) ۵

۱۰- مطابق شکل زیر، توپی به جرم $4kg$ در راستای قائم، با تندی $6m/s$ به سطح افقی برخورد می‌کند و با تندی $4m/s$ در همان راستا بر می‌گردد. اگر مدت زمان برخورد توپ با زمین 0.5 ثانیه باشد، اندازه‌ی نیروی خالص متوسط وارد بر توپ در زمان برخورد چند نیوتون است؟



- (۱) ۳۲۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۶۰

۱۱- چکشی به جرم $4kg$ با سرعت $10m/s$ به انتهای میخی برخورد کرده و با سرعت $5m/s$ در همان راستا برمی‌گردد. اگر متوسط اندازه‌ی نیروی وارد بر میخ $6000N$ باشد، زمان برخورد چکش چند ثانیه است؟

- (۱) 10^{-2} (۲) 2×10^{-2} (۳) $\frac{1}{3} \times 10^{-2}$ (۴) $\frac{1}{2} \times 10^{-2}$

۱۲- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم m را در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر بردار تغییر اندازه‌ی حرکت گلوله بین لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ در SI برابر با $-25\vec{j}$ باشد، m چند گرم است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۵۷۵ (۳) ۶۲۵ (۴) ۲۵۰

۱۳- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم 200 گرم را از سطح زمین با زاویه‌ی 45° بالای سطح افق با سرعت اولیه‌ی $80 \frac{m}{s}$ پرتاب می‌کنیم. بزرگی تغییر اندازه‌ی حرکت گلوله بین لحظه‌های $t = 3s$ تا $t = 6s$ ، چند کیلوگرم متر بر ثانیه می‌باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۴ (۲) $18\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۴- جسمی به جرم $4kg$ از ارتفاع 45 متری سطح آب دریاچه‌ای رها می‌شود و پس از $5/8s$ با تندی $2m/s$ به کف دریاچه می‌رسد. در طی مدت زمانی که جسم در آب در حال حرکت است، اندازه‌ی نیروی خالص متوسط وارد بر آن برابر با چند نیوتون است؟ ($g = 10N/kg$) و از نیروی مقاومت هوا صرف نظر شود.

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۱۵- از یک لوله‌ی آتش‌نشانی، آب با آهنگ $5 \frac{kg}{s}$ و با سرعت $5 \frac{m}{s}$ به دیوار مقابل آن برخورد می‌کند. اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر دیوار توسط آب چند نیوتن است؟ (از برگشت آب از روی دیوار چشم‌پوشی کنید)

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) اطلاعات مسأله ناقص است.

۱۶- جسمی به جرم $4kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاک با سرعت ثابت $10m/s$ در حال حرکت است. اگر نیروی افقی به بزرگی $5N$ در خلاف جهت حرکت جسم به مدت $2s$ به جسم وارد شود، در پایان این مدت، اندازه‌ی تکانه‌ی جسم چند واحد SI خواهد شد؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴) ۳۰



۱۷- اندازه‌ی تکانه‌ی جسمی که با سرعت ثابت و در مسیری مستقیم در حال حرکت است $\frac{24 \text{ kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ است. نیروی ثابت \vec{F} در راستای حرکت جسم و به مدت زمانی ۲s به جسم وارد شده و سرعت جسم را به $\frac{1}{3}$ مقدار اولیه و در خلاف جهت حرکت اولیه آن می‌رساند. بزرگی نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۸- در شکل زیر به جسم ۵ کیلوگرمی نیروی $F = 60 \text{ N}$ در راستای قائم و به طرف بالا وارد می‌شود و جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. ۵ ثانیه پس از آغاز حرکت، بزرگی تکانه‌ی جسم در SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از مقاومت هوا صرف نظر شود).

$F = 60 \text{ N}$

۵ kg

۶۰ (۲)

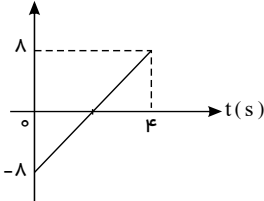
۱۰ (۱)

۳۰ (۴)

۵۰ (۳)

۱۹- شکل زیر نمودار تغییرات تکانه‌ی یک جسم به جرم 2 kg را که بر محور x حرکت می‌کند، برحسب زمان نشان می‌دهد. نوع حرکت متحرک در چهار ثانیه‌ی اول حرکت کدام است؟

$P (\text{kg} \cdot \text{m/s})$



(۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

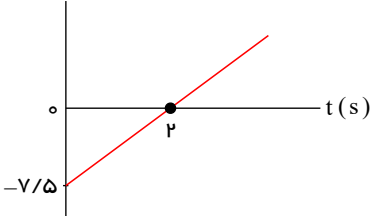
(۲) ابتدا کندشونده سپس تندشونده

(۳) کندشونده

(۴) تندشونده

۲۰- نمودار زیر تغییرات تکانه‌ی یک جسم به جرم 1.5 kg را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک نادرست است؟

$p (\text{kg} \cdot \text{m/s})$



(۱) حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

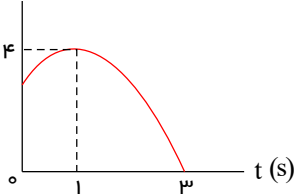
(۲) جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت برابر صفر است.

(۳) متحرک در لحظه $t = \frac{4}{3} \text{ s}$ تغییر جهت می‌دهد.

(۴) اندازه‌ی تفاضل جابه‌جایی‌های آن در ثانیه‌های متوالی برابر با 2.5 m است.

۲۱- نمودار $p - t$ متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل مقابل می‌باشد. اگر جرم جسم 2 kg باشد، سرعت اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟

$p (\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}})$



۱ (۱)

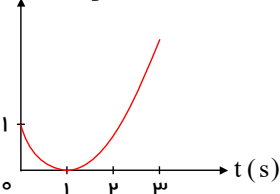
۱.۵ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۲۲- نمودار تکانه - زمان متحرکی به جرم 0.5 kg به صورت سهمی شکل زیر است. تغییرات سرعت متحرک در ثانیه سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

$P (\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}})$



۲ (۱)

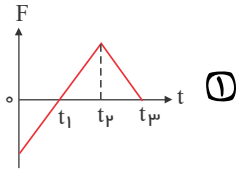
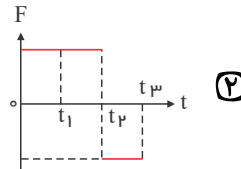
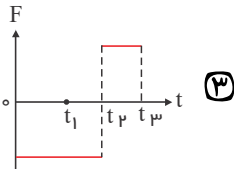
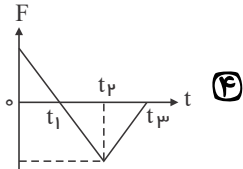
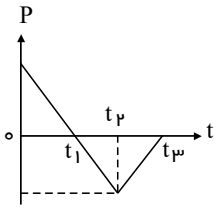
۳ (۲)

۶ (۳)

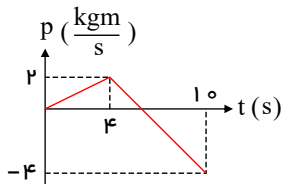
۸ (۴)



۲۳- نمودار تکانه - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار نیروی وارد بر متحرک بر حسب زمان آن مطابق کدام گزینه است؟



۲۴- نمودار اندازه حرکت - زمان جسمی که بر روی خط راست حرکت می‌کند. در SI مطابق شکل مقابل است. در لحظه $t = 6s$ بزرگی نیروی وارد بر جسم بر حسب نیوتون کدام است؟



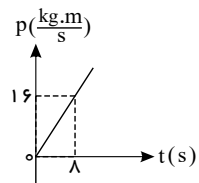
۰٫۶ (A)

صفر (B)

۱ (C)

۶ (D)

۲۵- نمودار تکانه بر حسب زمان جسمی به جرم $2,5 kg$ که تحت تأثیر نیروی افقی \vec{F} روی سطح افقی دارای اصطکاکی با ضریب اصطکاک جنبشی $0,2$ حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



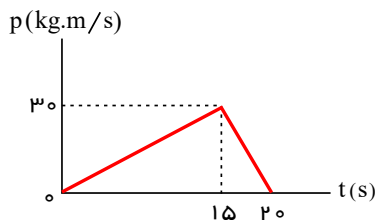
۱۰ (A)

۷ (B)

۱۲ (C)

۳ (D)

۲۶- نمودار شکل مقابل، اندازه‌ی تکانه‌ی جسمی به جرم $2 kg$ را که در مسیری مستقیم و افقی حرکت می‌کند بر حسب زمان نشان می‌دهد. اگر نیروی ثابت افقی \vec{F} در 15 ثانیه‌ی ابتدای حرکت به جسم وارد و سپس قطع شده باشد، اندازه‌ی نیروی \vec{F} چند نیوتون بوده است؟



۲ (A)

۴ (B)

۶ (C)

۸ (D)

۲۷- مساحت محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان از جنس کدام یک از کمیت‌های فیزیکی زیر است؟

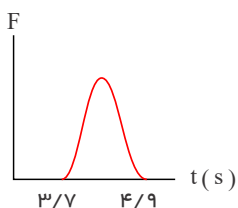
شتاب (A)

تکانه (B)

سرعت (C)

انرژی (D)

۲۸- نمودار اندازه‌ی نیروی خالص وارد بر توپ در بازی چوگان بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. اگر مساحت سطح زیر نمودار برابر با $14,4$ واحد SI باشد، اندازه‌ی نیروی خالص متوسط وارد بر توپ طی این مدت برابر با چند نیوتون است؟



۸ (A)

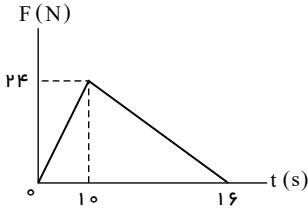
۱۲ (B)

۶ (C)

۱۰ (D)



۲۹- شکل زیر نمودار نیروی خالص وارد بر متحرکی را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نیروی خالص متوسط وارد بر آن از لحظه صفر تا لحظه $t = 12s$ برابر با چند نیوتون خواهد بود؟



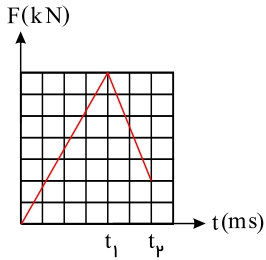
$\frac{40}{3}$ (۲)

۱۰ (۱)

۱۲ (۴)

$\frac{80}{3}$ (۳)

۳۰- شکل زیر منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای جسمی که به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. نیروی خالص وارد بر جسم در بازه صفر تا t_1 چند برابر نیروی خالص متوسط وارد بر آن در بازه t_1 تا t_p است؟ (محورهای افقی و عمودی به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند.)



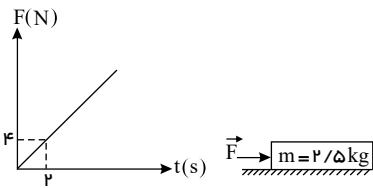
۱ (۱)

$\frac{7}{9}$ (۲)

۲ (۳)

$\frac{12}{9}$ (۴)

۳۱- در شکل زیر نمودار تغییرات اندازه نیروی افقی \vec{F} که به جسمی به جرم m وارد می‌شود، بر حسب زمان نشان داده شده است. اگر جسم در ابتدا ساکن و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی به ترتیب برابر با 0.4 و 0.2 باشد، تغییر تکانه جسم در بازه زمانی $t = 4s$ تا $t = 8s$ چند واحد SI است؟



$(g = 10 \frac{N}{kg})$

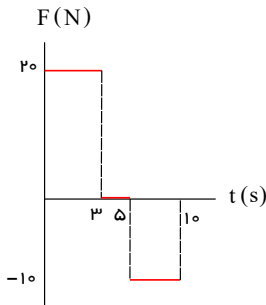
۲۴ (۲)

۱۰ (۱)

۴۸ (۴)

۸ (۳)

۳۲- شکل زیر نمودار نیروی وارد بر جسمی به جرم $2kg$ است که با سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. سرعت جسم در لحظه $t = 10s$ چند متر بر ثانیه است؟



-۵ (۱)

-۱۰ (۲)

۵ (۳)

۱۵ (۴)

۳۳- معادله تکانه - زمان جسمی در SI به صورت $p = 2t + 2$ است. انرژی جنبشی جسم در لحظه $t = 3s$ چند برابر انرژی جنبشی جسم در مبدأ زمان است؟

۲۵ (۴)

۱۶ (۳)

۹ (۲)

۴ (۱)

۳۴- انرژی جنبشی جسم A ، \sqrt{n} برابر انرژی جنبشی جسم B و اندازه تکانه جسم A ، n برابر اندازه تکانه جسم B می‌باشد. تندی جسم A چند برابر تندی جسم B است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{2}{2}$ (۱)

۳۵- اگر انرژی جنبشی جسمی 69% افزایش یابد، اندازه تکانه آن چند درصد افزایش خواهد یافت؟ (جرم جسم ثابت فرض شود.)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۱ (۲)

۱۱ (۱)



۳۶- جسمی به جرم 2kg با سرعت $\frac{km}{h}$ در حرکت است. اگر با تغییر تندی جسم انرژی جنبشی آن ۱۹ درصد کاهش یابد، بزرگی تکانه آن چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) $2\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ، زیاد می‌شود (۲) $4\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ، زیاد می‌شود (۳) $2\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ، کم می‌شود (۴) $4\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ، کم می‌شود

۳۷- اگر اندازه نیروی گرانشی بین دو جسم به جرم‌های مساوی m که در فاصله d از یکدیگر قرار دارند، برابر F باشد، در کدام گزینه اندازه نیروی گرانشی بین جسم‌ها برابر $2F$ است؟

- (۱) $\frac{d}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}m$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}d$ (۴) $2d$

۳۸- دو جسم با جرم‌های m_1 و $m_2 = 5m_1$ در فاصله $8m$ از هم قرار دارند و بر هم نیروی جاذبه گرانشی F وارد می‌کنند. اگر فاصله بین دو جسم را $32m$ افزایش دهیم، اندازه نیروی جاذبه گرانشی بین دو جسم نسبت به حالت اولیه به اندازه چند درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۹۳٫۷۵ (۴) ۹۶

۳۹- دو جسم، به جرم m در فاصله r به یکدیگر نیروی گرانشی به بزرگی F وارد می‌کنند. چند درصد از جرم یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله قبلی، بزرگی نیروی گرانشی بین آن‌ها ۲۵ درصد کاهش یابد؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۳

۴۰- دو جرم نقطه‌ای A و B با نسبت جرم $\frac{4}{3} = \frac{m_A}{m_B}$ در فاصله 2 متری از یکدیگر قرار دارند. جرم M را بین دو جسم و روی خط واصل آن‌ها طوری قرار می‌دهیم که بزرگی نیروی گرانشی بین m_A و M ، $\frac{1}{3}$ بزرگی نیروی گرانشی بین M و m_B باشد، فاصله M از جرم m_B چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{200}{3}$ (۴) $\frac{100}{3}$

۴۱- ماهواره‌ای در فاصله بین مریخ و زمین قرار دارد. اگر جرم زمین ۹ برابر جرم مریخ باشد، فاصله ماهواره از مرکز زمین چند برابر فاصله آن از مرکز مریخ باشد تا برآیند نیروهای گرانش وارد بر ماهواره از طرف این دو سیاره برابر صفر شود؟

- (۱) ۹ (۲) ۲ (۳) ۸۱ (۴) ۳

۴۲- بردار مکان مراکز دو جرم m_1 و m_2 در SI به ترتیب به صورت $\vec{r}_1 = 7\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{r}_2 = -5\vec{i} - 3\vec{j}$ می‌باشد. نیروی گرانشی که جرم m_1 به جرم m_2 وارد می‌کند، هم جهت با کدام یک از بردارهای زیر است؟

- (۱) $12\vec{i} - 5\vec{j}$ (۲) $-12\vec{i} - 5\vec{j}$ (۳) $-12\vec{i} + 5\vec{j}$ (۴) $12\vec{i} + 5\vec{j}$

۴۳- وزن و جرم جسمی که در فاصله سه برابر شعاع زمین است، چند برابر وزن و جرم همان جسم روی سطح زمین است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$ (۲) 1 و $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ (۴) 1 و $\frac{1}{16}$

۴۴- اگر اندازه‌ی شتاب گرانشی در سطح زمین $10 \frac{m}{s^2}$ باشد، وزن جسمی به جرم 36kg در ارتفاع $3R_e$ از سطح زمین چند نیوتون است؟ (R_e شعاع زمین است).

- (۱) ۱۳٫۵ (۲) ۹۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۲٫۵

۴۵- وزن جسمی بر روی سطح زمین برابر با $45N$ است. در مکانی که فاصله آن تا سطح زمین، نصف شعاع زمین است، نیروی وزن جسم چند نیوتون است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۸۰

۴۶- اگر جسمی در فاصله R_e از سطح زمین باشد وزن آن در این ارتفاع چند درصد وزن آن روی سطح کره زمین است؟ (R_e شعاع کره زمین)

- (۱) ۵۰ (۲) ۲۵ (۳) ۷۵ (۴) ۵



۴۷- جرم دو ماهواره A و B با هم برابر است ولی نیرویی که زمین بر ماهواره A وارد می‌کند ۴ برابر نیرویی است که بر ماهواره B وارد می‌کند. شعاع گردش ماهواره B به دور زمین چند برابر شعاع گردش ماهواره A به دور زمین است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۴ ③ $\frac{1}{4}$ ④ ۲

۴۸- جسمی در فاصله R_e از سطح زمین در یک دایره‌ای شکل به دور زمین می‌چرخد. اگر فاصله جسم از سطح زمین به اندازه $2R_e$ افزایش یابد، اندازه شتاب گرانش وارد بر آن چند برابر می‌شود؟ (R_e شعاع زمین است.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ ۲

۴۹- یک ماهواره مخابراتی از سطح زمین تا ارتفاع ۴ برابر شعاع زمین نسبت به سطح زمین، پرتاب می‌شود. اندازه شتاب گرانشی وارد بر آن چند درصد کاهش می‌یابد؟

- ① ۲۵ ② ۲۴ ③ ۹۶ ④ ۴

۵۰- اگر حجم سیاره A ، ۲۷ برابر حجم سیاره B و جرم آن ۱۰ برابر جرم سیاره B باشد، اندازه شتاب گرانشی در سطح سیاره A چند برابر اندازه شتاب گرانی در سطح سیاره B است؟

- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{10}{3}$

۵۱- جسمی به جرم m یک بار در فاصله R_A از سطح سیاره A و بار دیگر در سطح سیاره B از یک فنر آویزان می‌گردد، بعد از رسیدن به تعادل، طول فنر در حالت اول برابر با 20cm و در حالت دوم برابر با 55cm است. اگر جرم و شعاع سیاره A دو برابر جرم و شعاع سیاره B باشد، طول عادی فنر چند سانتی‌متر است؟ (R_A شعاع سیاره A است.)

- ① ۹ ② ۱۷ ③ ۱۵ ④ ۱۲



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} x &= t^2 + 3t - 2 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (a = 2m/s^2), (v_0 = 3m/s), (x_0 = -2m)$$

معادله سرعت - زمان: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t + 3$

$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 2 \times 1 + 3 \Rightarrow v_1 = 5m/s$$

$$t_2 = 3s \Rightarrow v_2 = 2 \times 3 + 3 \Rightarrow v_2 = 9m/s$$

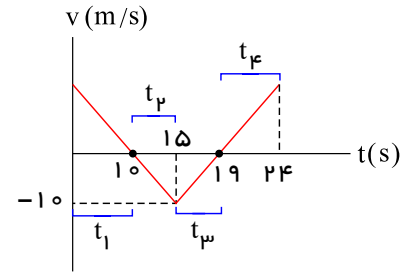
$$\Delta p = m\Delta v = 0.5(9 - 5) = 2kg \cdot m/s$$

۲ - گزینه ۲ تغییر تکانه برابر است با $\Delta p = m\Delta v$ ، پس در ۲۴ ثانیه اول باید سرعت در لحظه $t = 0$ و لحظه $t = 24s$ را بدست آوریم سپس به Δv برسیم. با شیب خط می‌توانیم سرعت در لحظه $t = 0$ و $t = 24s$ را بیابیم.

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v}{v'} \Rightarrow \frac{10}{15} = \frac{v}{v'} \Rightarrow v = 20m/s$$

$$\frac{t_2}{t_3} = \frac{10}{v'} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{10}{v'} \Rightarrow v' = 12.5m/s$$

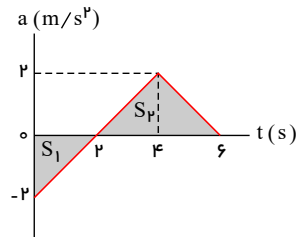
$$\Delta p = m\Delta v = 2 \times (12.5 - 20) = -15kg \cdot m/s$$



۳ - گزینه ۴ بنا به رابطه $p = mv$ ، برای محاسبه اندازه تکانه در لحظه $t = 6s$ باید سرعت در این لحظه را بدست آوریم. چون شتاب حرکت ثابت نیست، کافیت مساحت سطح محصور بین نمودار شتاب-زمان و محور زمان که برابر با Δv است را محاسبه کرده و سپس از رابطه $\Delta v = v - v_0$ سرعت را حساب کنیم.

$$\Delta v = S_1 + S_2 = \frac{-2 \times 2}{2} + \frac{(6-2) \times 2}{2} \Rightarrow \Delta v = -2 + 4 = 2m/s$$

$$\Delta v = v - v_0 \xrightarrow{\Delta v = 2m/s} 2 = v - 4 \Rightarrow v = 6m/s$$



حال اندازه تکانه را حساب می‌کنیم.

$$p = mv \xrightarrow[v=6m/s]{m=2kg} p = 2 \times 6 = 12kg \cdot m/s$$

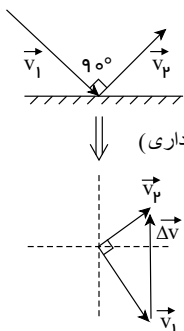
۴ - گزینه ۳

نکته: در بررسی تغییرات تکانه باید توجه داشته باشید که تکانه کمیته برداری است، بنابراین در محاسبه آن باید $\Delta \vec{v}$ را بصورت اندازه تغییرات سرعت (مفهوم برداری) در نظر بگیرید نه تغییرات اندازه حرکت (مفهوم عددی تغییر سرعت).

باتوجه به شکل برداری روبرو و عمود بودن \vec{v}_1 و \vec{v}_2 می‌توان گفت:

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{|\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2} \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow |\Delta \vec{p}| = m_0 |\Delta \vec{v}| \Rightarrow |\Delta \vec{p}| = 1 \times 5 = 5kg \frac{m}{s}$$

* دقت کنید که برای محاسبه برداری $\Delta \vec{v}$ باید، ۲ بردار را از یک مبدأ مختصات و در یک دستگاه رسم کرده و سپس اقدام به محاسبه بردار $\Delta \vec{v}$ از نظر جهت و اندازه نمائید.





۱: نادرست - به طور مثال در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازه‌ی شتاب ثابت و برابر $a = \frac{v^2}{r}$ است، اما چون سرعت آن مماس بر مسیر دایره‌ای است، امتداد آن در هر لحظه تغییر می‌کند.

گزینه‌ی ۲: نادرست - به طور مثال در حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازه‌ی شتاب ثابت است و مسیر حرکت خط راست نمی‌باشد.

گزینه‌ی ۳: درست - طبق رابطه‌ی $\vec{F} = m\vec{a}$ ، همواره شتاب با نیرو هم جهت و متناسب با آن است. بنابراین وقتی اندازه‌ی شتاب ثابت باشد، اندازه‌ی نیروی وارد بر جسم ثابت می‌ماند.

گزینه‌ی ۴: نادرست - چون جسم شتاب دارد، سرعت آن متغیر است، بنابراین طبق رابطه‌ی $\vec{p} = m\vec{v}$ ، تکانه‌ی آن نیز متغیر می‌باشد.

۶ - گزینه‌ی ۴ (۱) نادرست است زیرا اگر جسم با سرعت ثابت حرکت کند تکانه‌ی آن صفر نیست ولی برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

(۲) نادرست است زیرا در حرکت دایره‌ای برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست بلکه برابر نیروی مرکز گراست.

(۳) نادرست است. در حرکت دایره‌ای برآیند نیروها صفر نیست ولی اندازه‌ی سرعت ثابت می‌ماند.

(۴) درست است. در حرکت تندشونده بردارهای سرعت و شتاب هم جهت می‌باشند از طرفی نیرو و شتاب نیز همواره هم جهت‌اند پس سرعت و نیرو نیز هم جهت می‌باشند.

۷ - گزینه‌ی ۴ می‌دانیم نیروی متوسط از رابطه $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} F = ma \\ F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = -25 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ p_2 = 35 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ \Delta t = \frac{5}{100} \times 60 = 3 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta p = p_2 - p_1 = 35 - (-25) = 60 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ \Delta t = 3 \text{ s} \end{cases}$$

$$F = \frac{60}{3} = 20 \text{ N}$$

۸ - گزینه‌ی ۳ با توجه به تعریف نیروی متوسط داریم:

$$t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow \vec{p}_1 = 3\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow \vec{p}_2 = 27\vec{i} - 24\vec{j}$$

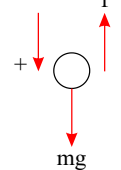
$$\Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{(27\vec{i} - 24\vec{j}) - (3\vec{i} - 8\vec{j})}{2} = 12\vec{i} - 8\vec{j} (\text{N})$$

۹ - گزینه‌ی ۱ ابتدا سرعت گلوله در لحظه‌ی برخورد با توده‌ی شنی را به دست می‌آوریم. مطابق رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت و با فرض کردن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \xrightarrow{v_0 = 15 \frac{m}{s}, \Delta y = 20 \text{ m}} v^2 - 15^2 = 2 \times 10 \times 20$$

$$\Rightarrow v^2 = 625 \Rightarrow v = 25 \frac{m}{s}$$

حین حرکت گلوله در توده‌ی شنی، دو نیروی وزن گلوله به سمت پایین و نیروی که از طرف توده‌ی شنی به گلوله به سمت بالا وارد می‌شود، بر گلوله اثر می‌کنند. بروی وارد بر گلوله از طرف توده‌ی شنی



$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow -\vec{f} + mg = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{v_2 = 0, v_1 = 25 \frac{m}{s}} \xrightarrow{m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \Delta t = 0.1 \text{ s}} -\vec{f} + 0.2 \times 10 = \frac{0.2 \times (0 - 25)}{0.1} \Rightarrow \vec{f} = 52 \text{ N}$$

۱۰ - گزینه‌ی ۲ با انتخاب جهت مثبت به سمت بالا سرعت توپ در برخورد با زمین $\vec{v}_1 = -6\vec{j}$ و در برگشت $\vec{v}_2 = 4\vec{j}$ واحد SI است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \frac{4(4\vec{j}) - (-6\vec{j})}{0.05} = 100\vec{j} (\text{N})$$

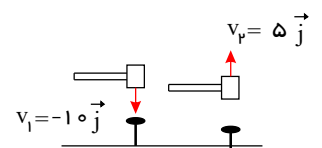
۱۱ - گزینه‌ی ۱ تغییر تکانه‌ی چکش برابر است با:

$$\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 4(5\vec{j} - (-10\vec{j})) = 4 \times 15\vec{j}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{p} = 60\vec{j} \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 6000 = \frac{60}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{60}{6000} = 0.01 \text{ s}$$





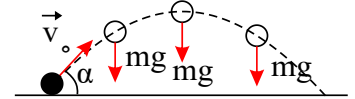
۱۲ - گزینه ۳ با توجه به رابطه تغییر اندازه حرکت داریم:

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} \xrightarrow{\vec{g} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}} \Delta \vec{p} = m \Delta t \vec{g}$$

$$\Delta \vec{p} = -25 \vec{j} \left(\frac{kg \cdot m}{s} \right) \xrightarrow{\vec{g} = -10 \vec{j} \left(\frac{m}{s^2} \right), \Delta t = 6 - 2 = 4s} -25 \vec{j} = 4m \times (-10 \vec{j}) \Rightarrow m = \frac{25}{40} kg = 625g$$

۱۳ - گزینه ۳ آهنگ تغییر اندازه حرکت یک جسم نسبت به زمان برابر با برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم است.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$



از آن جایی که در حرکت پرتابی تنها نیروی وارد بر پرتابه نیروی وزن آن است با در نظر گرفتن جهت مثبت محور y به سمت بالا داریم:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t \xrightarrow{F=mg} \Delta \vec{p} = -mg(t_2 - t_1) = -10 \times 10(6 - 2) = -40 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$|\Delta \vec{p}| = 40 \frac{kg \cdot m}{s}$$

نکته: تغییر اندازه حرکت پرتابه مستقل از سرعت اولیه و زاویه پرتاب است.

۱۴ - گزینه ۴ سرعت جسم در لحظه برخورد به سطح آب برابر است با:

$$v^2 = -2g(y - y_0) = -2 \times 10 \times (0 - 45) \Rightarrow v = 30 m/s$$

مدت زمان سقوط جسم تا لحظه برخورد به سطح آب برابر است با:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -45 = -\frac{1}{2} \times 10 t^2 \Rightarrow t = 3s$$

بنابراین مدت زمانی که جسم در آب در حال حرکت است برابر است با:

$$\Delta t' = 5.8 - 3 \Rightarrow t' = 2.8$$

در نتیجه اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر جسم طی مدت زمانی که در آب در حال حرکت است، برابر است با:

$$|F_{av}| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t'} = \frac{m|\Delta v|}{\Delta t'} = \frac{4 \times |(2 - 30)|}{2.8} \Rightarrow |F_{av}| = 40 N$$

۱۵ - گزینه ۳ با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$F_{av} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{m}{\Delta t} = 5 \frac{kg}{s}} \vec{F} = 5 \times (0 - 5) \Rightarrow F_{av} = -25 N \Rightarrow |\vec{F}| = 25 N$$

۱۶ - گزینه ۴ با توجه به قانون دوم نیوتن برحسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{F}_{net} \Delta t \Rightarrow \Delta p = -5 \times 2 \Rightarrow \Delta p = -10 kg \cdot m/s$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = -10 \Rightarrow p_2 - 4 \times 10 = -10 \Rightarrow p_2 = 30 kg \cdot m/s$$

۱۷ - گزینه ۳

$$\begin{cases} v_1 = v \\ v_2 = -\frac{1}{3}v \end{cases} \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = -\frac{1}{3}v - v = -\frac{4}{3}v$$

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta p = -\frac{4}{3}mv \xrightarrow{p_1 = mv} \Delta p = -\frac{4}{3}p_1 = -\frac{4}{3} \times 24 = -32 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$|\vec{F}| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{32}{2} = 16 N$$

$$F = 60 N$$

۱۸ - گزینه ۳

5 kg

$$mg = 50 N$$

ابتدا شتاب حرکت جسم را با استفاده از قانون دوم نیوتن محاسبه می کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow 60 - 50 = 5a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

کنون سرعت حرکت جسم را در لحظه $t = 5s$ به دست می آوریم:

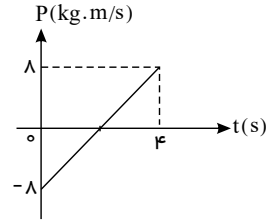
$$v_2 = at + v_0 \xrightarrow{t=5s} v_2 = 2 \times 5 + 0 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$



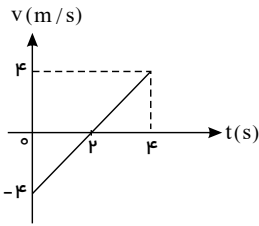
$$(p = mv \Rightarrow p = 5 \times 10 = 50 \frac{kg \cdot m}{s})$$

۱۹ - گزینه ۲ ابتدا نمودار (p-t) را به (v-t) تبدیل می کنیم. توجه کنید که شکل نمودار اصلاً تغییر نمی کند و فقط محور تکانه باید به سرعت تبدیل شود.

$$\left. \begin{matrix} p = mv \\ \lambda = \lambda v \end{matrix} \right\} \Rightarrow v = \frac{m}{s}$$

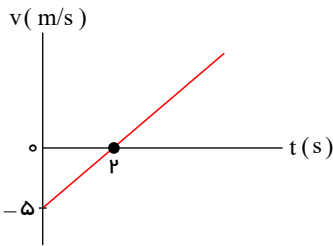


از لحظه ۰ تا $t = 2s$ اندازه سرعت کاهش می یابد لذا حرکت کندشونده و از لحظه $t = 2s$ تا $t = 4s$ اندازه سرعت افزایش می یابد لذا حرکت تندشونده است.



۲۰ - گزینه ۳

با توجه به تعریف تکانه از روی نمودار آن، نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم.



$$p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \Rightarrow v = \frac{-7,5}{1,5} = -5m/s$$

گزینه ۱: در ۲ ثانیه اول، حرکت کندشونده و سپس تندشونده است.

گزینه ۲: با توجه به تقارن نمودار $v - t$ و اینکه مساحت زیر نمودار با جابه جایی برابر است، جابه جایی دو ثانیه اول هم اندازه و در خلاف جهت ۲ ثانیه دوم است؛ پس این گزینه هم صحیح است.

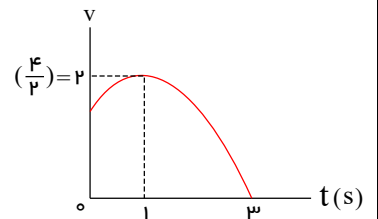
گزینه ۴: با توجه به نمودار سرعت - زمان، حرکت این متحرک با شتاب ثابت است و در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، اندازه تفاضل جابه جایی ها در ثانیه های متوالی برابر با اندازه شتاب ثابت است. (دنباله حسابی)

$$a = \frac{5}{2} = 2,5m/s^2$$

۲۱ - گزینه ۲ نکته: نمودار $v - t$ و $p - t$ کاملاً فرم یکسانی دارند، فقط اعداد روی محور p ، برابر اعداد روی محور v می باشند.

باتوجه به نکات معادله درجه ۲ (روش انتقال) داریم:

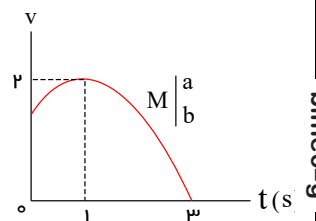
$$v = -\frac{1}{2}(t-1)^2 + 2 \xrightarrow{t=0} v_0 = 1,5 \frac{m}{s}$$



نکته ریاضی: (نوشتن معادله سهمی به روش انتقال)

$$y = k(x-a)^2 + b \Rightarrow v = k(t-1)^2 + 2$$

$$\xrightarrow[\text{جایگذاری } t=3]{v=0} 0 = k(3-1)^2 + 2 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$





بنابراین معادله سرعت - زمان برابر است با:

$$v = -\frac{1}{2}(t-1)^2 + 2$$

۲۲ - گزینه ۳ نمودار $p-t$ یک سهمی است و باتوجه به تقارن سهمی، در $t = 2s$ اندازه تکانه $p = 1 \frac{kg \cdot m}{s}$ است و چون سهمی است، داریم:

$$p = at^2 + bt + p_0 = at^2 + bt + 1$$

$$\begin{cases} t_1=1s \\ \rightarrow p_1=0 \Rightarrow a+b+1=0 \\ t_2=2s \\ \rightarrow p_2=1 \frac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow 4a+2b+1=1 \end{cases} \Rightarrow P = t^2 - 2t + 1$$

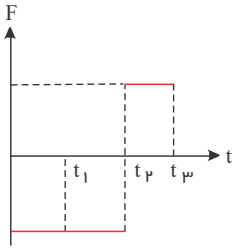
ثابته سوم حرکت، بازه زمانی بین لحظه‌های $t = 2s$ تا $t' = 3s$ است. بنابراین داریم:

$$p = mv \Rightarrow \Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{1}{m}\Delta p = 2\Delta p$$

$$p = t^2 - 2t + 1 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ \rightarrow p = 1 \frac{kg \cdot m}{s} \\ t=3s \\ \rightarrow p = 2 \frac{kg \cdot m}{s} \end{cases} \Rightarrow \Delta v = 2\Delta p = 2(2-1) \Rightarrow \Delta v = 2 \frac{m}{s}$$

۲۳ - گزینه ۳

باتوجه به رابطه $F_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، شیب خط مماس بر نمودار $P-t$ در هر لحظه برابر با نیروی وارد بر متحرک در آن لحظه می‌باشد. بنابراین چون در بازه زمانی صفر تا t_p شیب خط ثابت و منفی است، در این بازه زمانی نیروی وارد بر جسم ثابت و منفی و در بازه زمانی t_p تا t_p چون شیب خط ثابت و مثبت است، بنابراین نیروی وارد بر جسم ثابت و مثبت است.



۲۴ - گزینه ۱ با توجه به رابطه $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ در هر لحظه، معرف نیروی وارد بر جسم در آن لحظه می‌باشد. از آن جایی که در شکل داده شده شیب نمودار $p-t$ در بازه زمانی $t = 4s$ و $t = 10s$ ثابت است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که شیب خط مماس در لحظه $t = 6s$ برابر نیروی متوسط وارد بر جسم در این بازه زمانی است $(F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t})$ و داریم:

$$F = F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-4-2}{10-4} = -1N \Rightarrow |F| = 1N$$

۲۵ - گزینه ۴ شیب نمودار تکانه - زمان برابر با نیروی برآیند وارد بر جسم است، داریم:

$$|\vec{F}_{برآیند}| = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow{p_2=16 \frac{kg \cdot m}{s}, t_2=8s; p_1=0, t_1=0} |\vec{F}_{برآیند}| = \frac{16-0}{8-0} = 2N$$

$$F_{برآیند} = F - f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k mg = 0.2 \times 2.5 \times 10 = 5N; F_{برآیند} = 2N} F = F_{برآیند} + f_k = 2 + 5 \Rightarrow F = 7N$$

۲۶ - گزینه ۴ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه بر حسب زمان در هر لحظه، اندازه‌ی برآیند نیروی وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می‌دهد $(\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt})$ بنابراین مطابق نمودار سوال، از

لحظه $t_1 = 0$ تا $t_2 = 15s$ ، برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_1 = \frac{30-0}{15-0} = 2N$ و از لحظه $t_2 = 15s$ تا لحظه $t_3 = 20s$ برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با

$F_2 = \frac{0-30}{20-15} = -6N$ بوده است. چون از لحظه $t = 15s$ به بعد نیروی \vec{F} قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند که اندازه‌ی آن برابر با $f_k = 6N$ است. بنابراین در بین لحظه‌های $t_1 = 0$ تا $t_2 = 15s$ می‌توان نوشت:

$$F - f_k = 2 \xrightarrow{f_k=6N} F - 6 = 2 \Rightarrow F = 8N$$

۲۷ - گزینه ۳ طبق رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، مساحت محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر با Δp (تغییرات تکانه) است.

۲۸ - گزینه ۴ طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

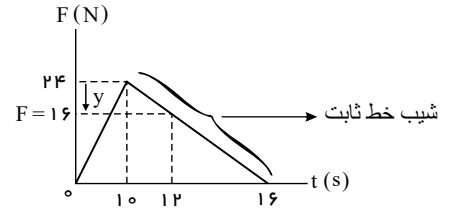
از طرف دیگر مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر با تغییرات تکانه است. بنابراین داریم:

$$F_{av} = \frac{14.4}{(4.9-3.7)} \Rightarrow F_{av} = 12N$$

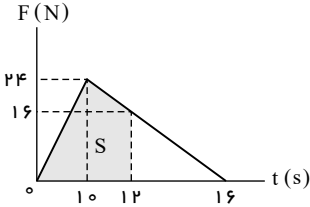
۲۹ - گزینه ۲ می‌دانیم $\vec{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ نیروی خالص متوسط است، از طرفی هم مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر با Δp است.

پس ابتدا برای محاسبه Δp ، مساحت زیر نمودار تا لحظه $t = 12s$ را بدست می‌آوریم. به کمک درون یابی (شیب خط) مقدار نمودار در $t = 12s$ را مشخص می‌کنیم.

$$\frac{-24}{6} = \frac{-y}{2} \rightarrow y = 8$$



حال با داشتن مقادیر مساحت زیر نمودار از ۰ تا ۱۲s را بدست می‌آوریم:



$$S = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{نوزنقه}} = S_{\text{مثلث بزرگ}} - S_{\text{مثلث کوچک}} = \left(\frac{16 \times 24}{2}\right) - \left(\frac{16 \times 4}{2}\right) = 160$$

$$\Rightarrow \Delta p = 160 (N \cdot s) \Rightarrow \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{160}{12} = \frac{40}{3} (N)$$

۳۰ - گزینه ۲ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ و Δp از مساحت محصور بین نمودار تکانه - زمان و محور زمان به دست می‌آید.

اگر مساحت را بر حسب مربع‌های تقسیم شده روی نمودار بشمریم، داریم:

$$\Delta p_{0-t_1} = \frac{7 \times 4}{2} = 14 \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \quad \Delta p_{t_1-t_2} = 4 + \frac{5 \times 2}{2} = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\frac{F_{av}}{F'_{av}} = \frac{14}{9} = \frac{7}{9}$$

۳۱ - گزینه ۲ ابتدا زمان حرکت جسم را به دست می‌آوریم. در لحظه‌ای جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد که $F = f_{s,\text{max}}$ شود.

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s mg = 0.4 \times 2.5 \times 10 = 10 \text{ N}$$

باتوجه به اینکه نمودار اندازه نیرو و بر حسب زمان به صورت خط راست است، معادله آن را به دست می‌آوریم و لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

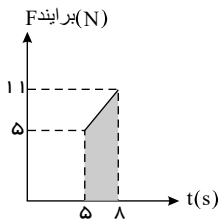
$$F = \mu t \xrightarrow{F=10\text{N}} t = \frac{10}{2} = 5 \text{ s}$$

پس از این لحظه نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی می‌شود.

$$f_k = \mu_k mg = 0.2 \times 2.5 \times 10 = 5 \text{ N} \xrightarrow{F_{\text{برایند}} = F - f_k} F_{\text{برایند}} = 2t - 5$$

اکنون نمودار نیروی برایند وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. (در لحظات $t \leq 5 \text{ s}$ جسم در حالت سکون و برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.)

مساحت محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر با میزان تغییر اندازه حرکت است.



$$\Delta p = \frac{(5 + 11)}{2} \times (8 - 5) = 24 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

۳۲ - گزینه ۴ می‌دانیم که سطح محصور بین منحنی $F - t$ و محور زمان معرف تغییرات تکانه‌ی جسم است. بنابراین:



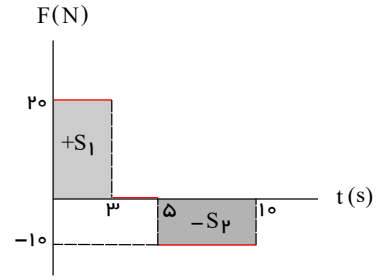
$$\Delta p = S_1 - S_2$$

$$\Delta p = (20 \times 3) - (5 \times 10) = 10 \frac{kg \cdot m}{s}$$

از طرفی: $\Delta p = m \cdot \Delta v$

$$10 = 2(v_2 - 10)$$

$$5 = v_2 - 10 \Rightarrow v_2 = 15 \frac{m}{s}$$



۳۳ - گزینه ۳ با توجه به معادله تکانه را در لحظات $t_1 = 0$ و $t_2 = 3$ ثانیه به دست می آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow p_1 = 2kg \cdot m/s \\ t_2 = 3s \Rightarrow p_2 = 1kg \cdot m/s \end{cases}$$

سپس با توجه به رابطه مقایسه‌ای بین تکانه و انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۳۴ - گزینه ۲ از رابطه انرژی جنبشی بر حسب تکانه می توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{K_B}{\sqrt{n}K_A} = \frac{p_B}{np_A} \times \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{n} \times \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{\sqrt{n}} = n^{-\frac{1}{2}} K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{pv}{2} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{p_B}{p_A} \times \frac{v_B}{v_A}$$

۳۵ - گزینه ۳ با توجه به تعریف تکانه می توان به صورت زیر رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه را نوشت:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ p = mv \end{cases} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{K_2 = K_1 + 0.69K_1 = 1.69K_1} 1.69 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 1.3$$

$$\text{درصد تغییرات اندازه تکانه: } \frac{\Delta p}{p_1} \times 100 = \left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right) \times 100 = (1.3 - 1) \times 100 = 30\%$$

گزینه ۴ - ۳۶

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_1 = K$$

$$K_2 = 0.81K \Rightarrow \frac{0.81K}{K} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$v_1 = 72 km/h = 20 m/s$$

$$\Rightarrow \frac{0.81}{100} = \left(\frac{v_2}{20}\right)^2 \Rightarrow v_2 = \frac{9}{10} \times 20 = 18 m/s$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= mv_1 = 2 \times 20 = 40 kg \cdot m/s \\ p_2 &= mv_2 = 2 \times 18 = 36 kg \cdot m/s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta p = p_2 - p_1 = 36 - 40 = -4 kg \cdot m/s$$

۳۷ - گزینه ۲ با توجه به این که اندازه نیروی گرانشی بین دو جسم از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست می آید اگر جرم جسم ها m و فاصله آن ها از هم d باشد $F = G \frac{m^2}{d^2}$ خواهد شد.

$$F_1 = G \frac{m^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 4G \frac{m^2}{d^2} = 4F \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$F_2 = G \frac{\frac{1}{2}m^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 2F \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$F_3 = G \frac{2m^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} = 4F \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$F_4 = G \frac{m^2}{(2d)^2} = \frac{1}{4}F \quad \text{گزینه ۴:}$$

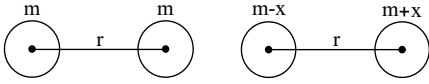
۳۸ - گزینه ۴ اگر دو جسم با جرم های m_1, m_2 در فاصله r از هم قرار گیرند بین دو جسم نیروی جاذبه‌ی گرانشی به وجود می آید که اندازه آن با استفاده از قانون جهانی گرانش نیوتون به دست می آید.



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = 1.25 r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{1.25}\right)^2 = \frac{1}{1.5625} \Rightarrow F_2 = \frac{1}{1.5625} F_1$$

$$\text{درصد تغییرات اندازه نیروی گرانشی} = \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{1.5625} F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -96\%$$

۳۹ - گزینه ۳ با استفاده از قانون گرانش نیوتون ($F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$) داریم:



$$F' = \frac{1.56}{100} F \Rightarrow G \frac{(m-x)(m+x)}{r^2} = \frac{1.56}{100} G \frac{m \times m}{r^2} \Rightarrow (m^2 - x^2) = \frac{1.56}{100} m^2$$

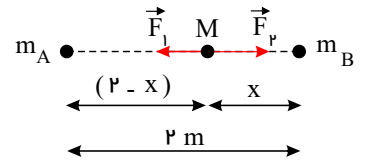
$$\Rightarrow 4m^2 - 4x^2 = 3m^2 \Rightarrow m^2 = 4x^2 \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

بنابراین باید ۵۰٪ از جرم یکی کم کرده و به دیگری اضافه کنیم.

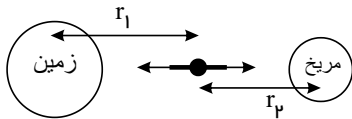
۴۰ - گزینه ۳ مطابق شکل زیرو با استفاده از قانون گرانش نیوتون، داریم:

$$F_1 = \frac{1}{3} F_2 \Rightarrow G \frac{m_A M}{(2-x)^2} = \frac{1}{3} G \frac{m_B M}{x^2} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3} \left(\frac{2-x}{x}\right)^2$$

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{2-x}{x}\right)^2 \Rightarrow 2-x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3} m = \frac{200}{3} \text{ cm}$$



۴۱ - گزینه ۴



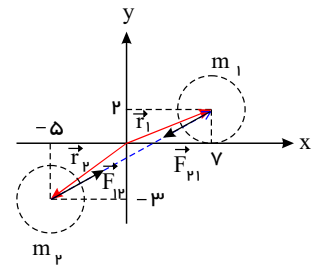
$$F_{\text{زمین}} = F_{\text{مریخ}} \Rightarrow \frac{GmM_{\text{زمین}}}{r_1^2} = \frac{GmM_{\text{مریخ}}}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 3r_2$$

۴۲ - گزینه ۴ نیروی گرانشی بین دو جرم m_1 و m_2 همواره رابیشی است. پس مطابق شکل مقابل نیروی گرانشی که جرم m_1 به جرم m_2 وارد می کند (\vec{F}_{12}) درجهت بردار \vec{r}_{12} خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{\Delta r} = (5\vec{i} + 3\vec{j}) - (-5\vec{i} - 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{\Delta r} = 10\vec{i} + 6\vec{j}$$



۴۳ - گزینه ۴ جرم مقداری ثابت است و به شتاب گرانشی زمین بستگی ندارد. اما وزن جسم ($W = mg$) در هر نقطه به شتاب گرانشی در آن نقطه وابسته است. از طرفی می دانیم شتاب گرانشی

$$\text{در سطح زمین از رابطه } g = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ و در ارتفاع } h \text{ از سطح زمین از رابطه } g' = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \text{ به دست می آید. بنابراین داریم:}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM_e}{(R_e + h)^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{1.6 R_e}\right)^2 = \frac{1}{1.6}$$

بنابراین وزن جسم در فاصله ۳ برابر شعاع زمین $\frac{1}{16}$ وزن آن در سطح زمین است.

۴۴ - گزینه ۴ ابتدا اندازه‌ی شتاب گرانی را در فاصله‌ی $3R_e$ از سطح زمین محاسبه می کنیم، داریم:

$$g = G \frac{M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \xrightarrow[h=3R_e]{g_0=10 \frac{m}{s^2}} \frac{g_h}{10} = \left(\frac{R_e}{4R_e}\right)^2 \Rightarrow g_h = \frac{10}{16} \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه‌ی اندازه‌ی وزن جسم در این ارتفاع خواهیم داشت:



$$W_h = mg_h = 36 \times \frac{10}{16} = 22.5 N$$

۴۵ - گزینه ۲ طبق قانون گرانش نیوتون، نیروی وزن وارد از طرف زمین به جسمی به جرم m ، از رابطه زیر حاصل می شود:

$$F = \frac{GmM_e}{r^2}$$

اگر رابطه بالا را برای دو وضعیت گفته شده به کار ببریم، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \begin{cases} 45 = \frac{GmM_e}{R_e^2} \\ F' = \frac{GmM_e}{(\frac{3}{2}R_e)^2} \Rightarrow \frac{45}{F'} = \frac{\frac{9}{4}R_e^2}{R_e^2} \Rightarrow \frac{45}{F'} = \frac{9}{4} \Rightarrow F' = 20 N \end{cases}$$

۴۶ - گزینه ۲ وقتی جسمی در ارتفاع h از سطح زمین قرار می گیرد جرم آن تغییر نمی کند ولی شتاب گرانشی وارد بر آن تغییر خواهد کرد. از این رو داریم:

$$\left. \begin{aligned} g_h &= \frac{GM_e}{r^2} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \\ g &= \frac{GM_e}{r^2} = \frac{GM_e}{R_e^2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{W=mg} \frac{W_h}{W} = \frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{W_h}{W} = \frac{1}{4} = 25\%$$

۴۷ - گزینه ۴ نیروی بین زمین و ماهواره همان نیروی گرانشی بین این دو جرم است:

$$F = G \frac{m \times M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right)^2 \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

۴۸ - گزینه ۱ با استفاده از رابطه مقایسه ای شتاب گرانش برای دو نقطه مختلف داریم:

$$g = \frac{GM_e}{(h + R_e)^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{h_1 + R_e}{h_2 + R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e + R_e}{3R_e + R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۴۹ - گزینه ۳ اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین برابر است با:

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

اگر $h = 4R_e$ باشد، نسبت g_h به g_0 (شتاب گرانشی در سطح زمین) برابر است با:

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{5R_e}\right)^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow g_h = \frac{1}{25}g_0$$

$$\text{درصد تغییرات اندازه شتاب گرانشی} = \frac{g_h - g_0}{g_0} \times 100 = \frac{-24}{25} \times 100 = -96\%$$

یعنی اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع $4R_e$ از سطح زمین ۹۶٪ نسبت به سطح زمین کاهش می یابد.

۵۰ - گزینه ۲ با استفاده از قانون گرانش نیوتون برای محاسبه ای اندازه ای شتاب گرانی در سطح یک سیاره داریم:

$$M_A = 10 M_B$$

$$v_A = 27 v_B \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R_A^3 = 27 \left(\frac{4}{3} \pi R_B^3\right) \Rightarrow R_A = 3 R_B$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{10 M_B}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{3 R_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{10}{9}$$

۵۱ - گزینه ۳ ابتدا نسبت گرانش در محل فنر را در دو سیاره به دست می آوریم:

$$\begin{cases} m_A g_A = k \Delta x \\ m_B g_B = k \Delta x' \end{cases} \xrightarrow{m_A = m_B = m} \frac{g_A}{g_B} = \frac{\Delta x}{\Delta x'} \xrightarrow{g = \frac{GM}{R^2}} \frac{G \frac{M_A}{(R_A + R_A)^2}}{G \frac{M_B}{R_B^2}} = \frac{l - l_0}{l' - l_0}$$

$$\frac{M_A = 10 M_B}{R_A = 3 R_B} \xrightarrow{\times} \frac{R_B^2}{16 R_B^2} = \frac{l - l_0}{l' - l_0} \Rightarrow 10l - 10l_0 = l' - l_0 \Rightarrow 10l - l' = 9l_0$$

$$\xrightarrow{l = 20 \text{ cm}, l' = 55 \text{ cm}} 160 - 55 = 9l_0 \Rightarrow l_0 = \frac{105}{9} = 15 \text{ cm}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۹ - ۱	۱۷ - ۳	۲۵ - ۴	۳۳ - ۳	۴۱ - ۴	۴۹ - ۳
۲ - ۲	۱۰ - ۲	۱۸ - ۳	۲۶ - ۴	۳۴ - ۲	۴۲ - ۴	۵۰ - ۲
۳ - ۴	۱۱ - ۱	۱۹ - ۲	۲۷ - ۳	۳۵ - ۳	۴۳ - ۴	۵۱ - ۳
۴ - ۳	۱۲ - ۳	۲۰ - ۳	۲۸ - ۴	۳۶ - ۴	۴۴ - ۴	
۵ - ۳	۱۳ - ۳	۲۱ - ۲	۲۹ - ۲	۳۷ - ۲	۴۵ - ۲	
۶ - ۴	۱۴ - ۴	۲۲ - ۳	۳۰ - ۲	۳۸ - ۴	۴۶ - ۲	
۷ - ۴	۱۵ - ۳	۲۳ - ۳	۳۱ - ۲	۳۹ - ۳	۴۷ - ۴	
۸ - ۳	۱۶ - ۴	۲۴ - ۱	۳۲ - ۴	۴۰ - ۳	۴۸ - ۱	