



۱- معادله مکان - زمان حرکت جسمی در مسیری مستقیم در  $SI$  به صورت  $x = -t^2 + 4t - 4$  است. در فاصله زمانی بین صفر تا ۴ ثانیه، مسافت و جابه جایی طی شده توسط جسم به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟

- ① صفر و صفر      ② ۸ و ۴      ③ ۴ و صفر      ④ ۸ و صفر

۲- معادله حرکت متحرکی که در امتداد محور  $x$  حرکت می کند، در  $SI$  به صورت  $x = -2t^2 + 6t + 3$  است، تندی متوسط این متحرک در ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۳- معادله مکان - زمان متحرکی در  $SI$  به صورت  $x = t^2 - 10t - 20$  است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، جهت حرکت متحرک عوض می شود؟

- ① ۲      ② ۵      ③ ۱۰      ④ متحرک تغییر جهت نمی دهد.

۴- معادله مکان - زمان جسمی که روی خط راست حرکت می کند، در  $SI$  به صورت  $x = -4t^2 + 2t + 1$  است. در چند متری مبدأ مکان، تندی متحرک به  $14 m/s$  در جهت منفی محور می رسد؟

- ① ۱۱      ② ۱۲      ③ ۸      ④ ۶

۵- جسمی با شتاب ثابت بر محور  $x$  و در سوی مثبت آن در حرکت است. این جسم در لحظه  $t = 0$  در مکان  $12m$  قرار دارد و سرعتش  $5m/s$  است. اگر در مکان  $16m$   $x = 16m$  سرعت جسم  $3m/s$  باشد، معادله مکان - زمان آن در  $SI$  کدام است؟

- ①  $x = t^2 - 5t + 12$       ②  $x = -t^2 + 5t + 12$       ③  $x = t^2 + 5t - 12$       ④  $x = -t^2 - 5t - 12$

۶- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می کند. اگر مکان حرکت متحرک در لحظه های  $t_1 = 1s$ ،  $t_2 = 5s$  و  $t_3 = 6s$  به ترتیب برابر با  $x_1 = 16m$ ،  $x_2 = 0$  و  $x_3 = -14m$  باشد، اندازه شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ① ۴      ② ۲      ③ ۳      ④ ۳٫۵

۷- معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می کند در  $SI$  به صورت  $v = -3t + 4$  است. اندازه جابه جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند متر است؟

- ① ۲۲      ② ۱۵      ③ ۱۲      ④ ۱۸

۸- متحرکی با شتاب ثابت روی محور  $x$  ها در حال حرکت است. اگر بردار سرعت اولیه و شتاب متحرک به ترتیب  $20\vec{i}$  و  $-4\vec{i}$  باشند، بردار جابه جایی متحرک در سه ثانیه اول حرکت کدام است؟ (تمامی واحدها در  $SI$  هستند.)

- ①  $42\vec{i}$       ②  $24\vec{i}$       ③  $-42\vec{i}$       ④  $-24\vec{i}$

۹- متحرکی با شتاب ثابت  $4 m/s^2$  و از حال سکون بر روی خط راست شروع به حرکت می کند. بزرگی سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه دوم حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۱۸      ② ۳۶      ③ ۹      ④ ۲۴

۱۰- متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه  $18m/s$  در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر جابه جایی متحرک در ثانیه پنجم حرکت برابر با صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه ابتدایی حرکت چند متر است؟

- ① ۸۲      ② ۸۰      ③ ۱۰۱      ④ ۹۵

۱۱- متحرکی با شتاب ثابت  $5m/s^2$  روی محور  $x$  ها در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه اول حرکت  $4m/s$  باشد، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۱      ② -۱      ③ ۲      ④ -۲



۱۲- متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظه  $t = ۲s$  از مکان  $۱۸m$  - و  $۴$  ثانیه بعد با سرعت  $۱۶m/s$  از مکان  $۲۲m$  + عبور می‌کند، سرعت اولیه این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۲      ② -۲      ③ ۴      ④ -۴

۱۳- متحرکی با شتاب ثابت و از حال سکون بر روی خط راست شروع به حرکت می‌کند و مسافت  $۳۶$  متر را در مدت زمان  $۳$  ثانیه طی می‌کند. سرعت این متحرک در هر ثانیه چند  $m/s$  افزایش می‌یابد؟

- ① ۴      ② ۶      ③ ۸      ④ ۱

۱۴- در مبدأ زمان، متحرکی با سرعت اولیه  $v_0$  و شتاب ثابت به صورت تندشونده از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر پس از  $T$  ثانیه سرعت متحرک برابر با  $v$  باشد، سرعت این متحرک در لحظه  $۲T$  کدام است؟ ( $v_0 > 0$ )

- ①  $v$       ② بین  $v$  و  $۲v$       ③  $۲v$       ④ بین  $۳v$  و  $۲v$

۱۵- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است. در یک لحظه سرعت متحرک  $۱۲m/s$  + بوده و پس از  $۸$  ثانیه سرعت آن به  $۲۰m/s$  - می‌رسد. مسافتی که متحرک در این مدت می‌پیماید چند متر است؟

- ① ۱۳۶      ② ۵۰      ③ ۶۸      ④ ۳۲

۱۶- متحرکی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در لحظات  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 4s$  به ترتیب برابر  $10m/s$  و  $2m/s$  و نوع حرکت متحرک در لحظه  $t_2 = 4s$  تندشونده باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 4s$  چند متر است؟

- ① ۸      ② ۱۸      ③ ۱۰      ④ ۱۳

۱۷- در مبدأ زمان متحرکی با تندی  $10m/s$  در جهت مثبت محور  $x$  ها و از مکان  $x = 40m$  عبور می‌کند. اگر شتاب حرکت متحرک ثابت و برابر با  $10m/s^2$  - باشد، تندی متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه عبور آن از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۱۲٫۵      ② ۱۰      ③ ۲۵      ④ ۲۰

۱۸- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در مدت  $4s$  و بدون تغییر جهت، مسافت  $۲۸m$  را طی می‌کند. اگر سرعت جسم در پایان این مدت  $11m/s$  باشد، شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ①  $\frac{1}{4}$       ② ۲      ③  $\frac{1}{2}$       ④ ۴

۱۹- متحرکی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که ناگهان ترمز می‌کند و با شتاب ثابت متوقف می‌شود اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه دوم و چهارم بعد از ترمز کردن به ترتیب  $۱۲$  متر و  $۴$  متر باشد، کل جابه‌جایی متحرک از لحظه ترمز گرفتن تا لحظه توقف چند متر است؟

- ① ۴۰٫۵      ② ۹۱      ③ ۵۰      ④ ۲۲٫۵

۲۰- اتومبیلی با سرعت  $108km/h$  در مسیری مستقیم در حرکت است. ناگهان با شتاب  $۲m/s^2$  ترمز می‌کند تا متوقف شود. مسافتی که اتومبیل در دو ثانیه آخر حرکت طی می‌کند چند متر است؟

- ① ۲۲۵      ② ۶۴      ③ ۵۶      ④ ۴

۲۱- معادله سرعت - مکان متحرکی که با شتاب ثابت در مبدأ زمان از مکان  $x = 16m$  عبور می‌کند، به صورت  $v = 2\sqrt{x}$  است. متحرک در لحظه  $t = 2s$  در چه مکانی بر حسب متر قرار دارد؟

- ① ۲۴      ② ۴۰      ③ ۳۶      ④ ۴

۲۲- متحرکی که در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، مسافت  $d$  را طی می‌کند. اگر این متحرک  $\frac{1}{9}$  ابتدایی مسیر را

در مدت  $t_1$  و بقیه مسیر را در مدت  $t_2$  طی کند، حاصل  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۱      ③  $\frac{1}{3}$       ④ ۳



۲۳- متحرکی در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در فاصله ۱۶ متری از مبدأ حرکت برابر با  $5m/s$  باشد، سرعت آن در فاصله ۲۰ متری مبدأ حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- ① ۵      ② ۸      ③  $0.4\sqrt{5}$       ④  $2.5\sqrt{5}$

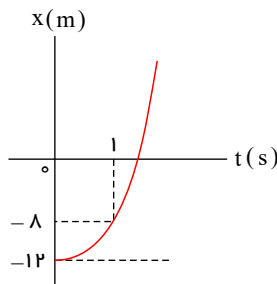
۲۴- متحرکی با شتاب ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در مبدأ زمان با تندی آن در لحظه  $t = 6s$  برابر باشد، نوع حرکت متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت چگونه است؟

- ① پیوسته تندشونده      ② پیوسته کندشونده      ③ ابتدا تندشونده سپس کندشونده      ④ ابتدا کندشونده سپس تندشونده

۲۵- متحرکی با شتاب ثابت روی محور  $x$ ها در حال حرکت است. اگر تندی متوسط متحرک در  $t$  ثانیه اول حرکت، بزرگ‌تر از اندازه سرعت متوسط متحرک در این بازه زمانی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد لحظه  $t$  الزاماً صحیح است؟

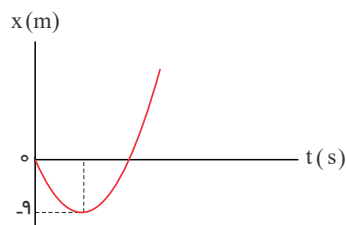
- ① نوع حرکت متحرک کندشونده است.      ② متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ حرکت است.  
③ تندی متحرک در حال افزایش است.      ④ متحرک در حال دور شدن از مبدأ حرکت است.

۲۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. تندی این متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان چند برابر تندی آن در لحظه  $t = 1s$  است؟



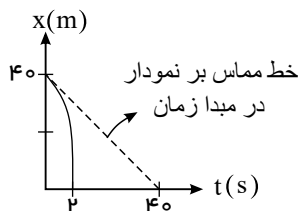
- ① ۳      ②  $\sqrt{3}$       ③ ۱.۵      ④ ۱

۲۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور  $x$ ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت جسم در مکان  $x = 27m$  برابر با  $12m/s$  باشد، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟



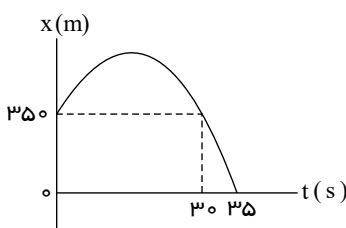
- ① ۳      ② -۳      ③ -۶      ④ ۶

۲۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور  $x$ ها حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت این متحرک در لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



- ① -۲۹      ② -۳۹      ③ -۲۸      ④ -۳۸

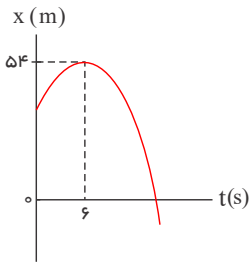
۲۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور  $x$ ها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متحرک در لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



- ① ۴۰      ② ۸۰      ③ ۶۰      ④ صفر

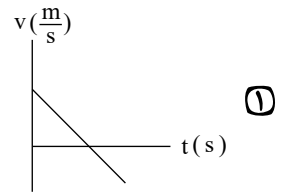
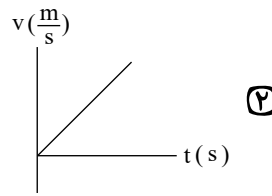
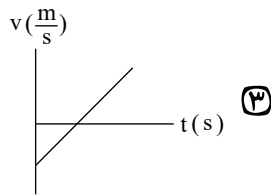
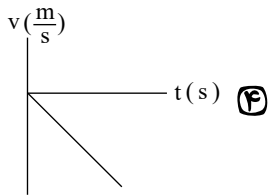
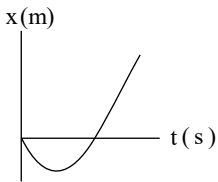


۳۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 3s$  تا  $t_2 = 9s$  برابر  $12m$  باشد، بزرگی سرعت متحرک در لحظه‌ای که به مبدأ مکان می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟

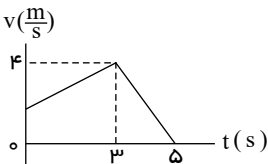


- ۱) ۴  
 ۲) ۹  
 ۳) ۱۲  
 ۴) ۲۵

۳۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر امتداد محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. نمودار سرعت - زمان این متحرک در  $SI$  مطابق کدام گزینه است؟

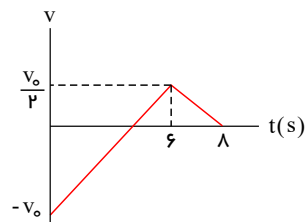


۳۲- متحرکی در امتداد محور  $x$  در حال حرکت است و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است. اگر اندازه شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت، برابر با  $0.4 m/s^2$  باشد، سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت چند  $m/s$  است؟



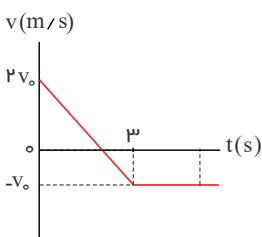
- ۱) ۲  
 ۲) ۱  
 ۳) ۴  
 ۴) ۳

۳۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی که حرکت آن تندشونده است، چند برابر مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی است که حرکت کندشونده است؟



- ۱) ۲  
 ۲) ۳  
 ۳) ۱/۵  
 ۴) ۳/۸

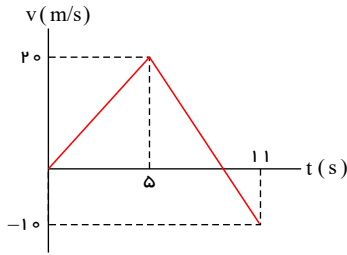
۳۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t = 0$  متحرک در مبدأ مکان باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه متحرک دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند؟



- ۱) ۳  
 ۲) ۴  
 ۳) ۴,۵  
 ۴) ۵

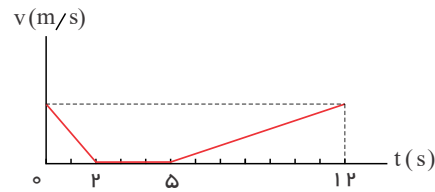


۳۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در لحظه  $t = 0$  از مکان  $x = -10\text{ m}$  روی محور  $x$  عبور می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی مشخص شده، به ترتیب از راست به چپ بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر با چند متر است و در چه لحظه ای بر حسب ثانیه رخ می دهد؟



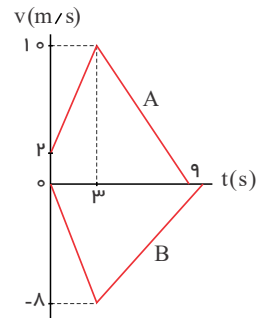
- ① ۱۱,۹۰
- ② ۹,۹۰
- ③ ۱۱,۸۰
- ④ ۹,۸۰

۳۶- متحرکی در راستای خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت - زمان آن به صورت زیر است. اگر بیشترین فاصله متحرک از مبدأ حرکت تا لحظه  $t = 12\text{ s}$  برابر با  $63\text{ m}$  باشد، مسافت طی شده توسط آن در مرحله تندشونده چند متر خواهد بود؟



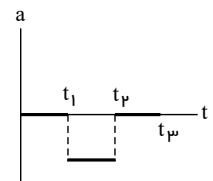
- ① ۴۹
- ② ۵۳
- ③ ۱۷
- ④ ۳۶

۳۷- در شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که از مبدأ مکان روی محور  $x$  و در دو سوی مخالف حرکت نموده اند رسم شده است. اگر جابه جایی دو متحرک یکسان باشد، چند ثانیه پس از توقف متحرک  $A$ ، متحرک  $B$  متوقف می شود؟

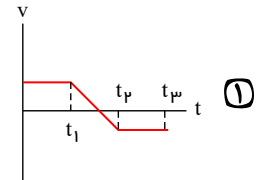
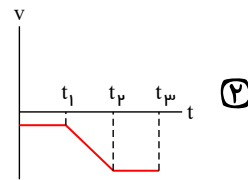
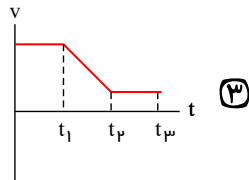


- ① ۱۲
- ② ۳
- ③ ۷
- ④ ۶

۳۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که در امتداد محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از گزینه های زیر نمودار سرعت - زمان مربوط به آن است؟

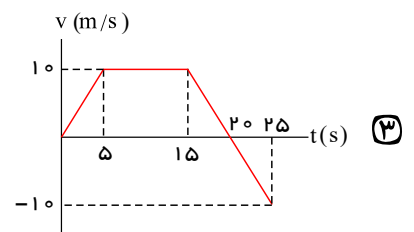
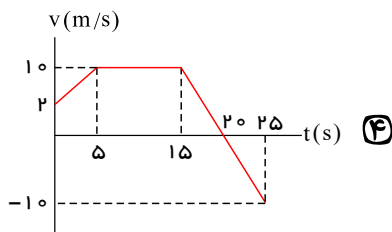
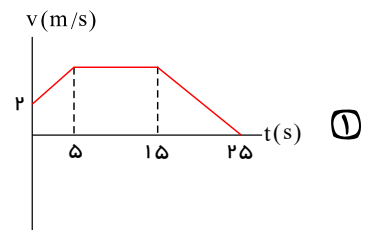
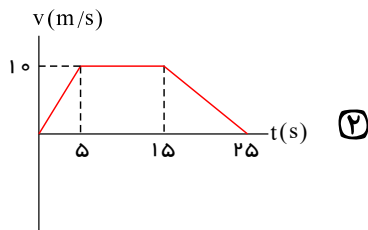
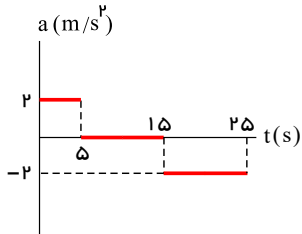


④ هر سه گزینه می تواند درست باشد.

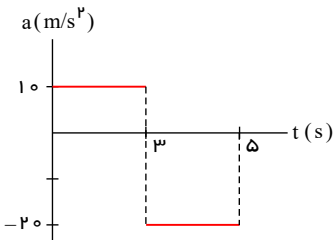




۳۹- نمودار شتاب - زمان حرکت متحرکی از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار سرعت - زمان آن مطابق کدام گزینه خواهد بود؟

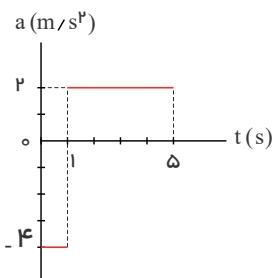


۴۰- نمودار شتاب - زمان یک متحرک که با سرعت اولیه  $10 \text{ m/s}$  - در راستای محور  $x$  شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در مدت زمان ۵ ثانیه اول، چند ثانیه متحرک در جهت مثبت محور  $x$  ها در حال حرکت است؟



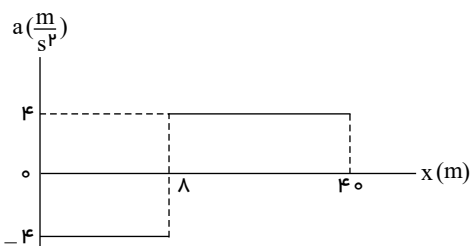
- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۲
- ۴) ۲,۵

۴۱- نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان از مبدأ مکان با سرعت  $6 \text{ m/s}$  روی محور  $x$  می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک صحیح نیست؟



- ۱) حرکت متحرک همواره در جهت محور  $x$  است.
- ۲) حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.
- ۳) متحرک جهت حرکتش را یکبار عوض کرده است.
- ۴) جابجایی متحرک در کل حرکت ۲۸ متر است.

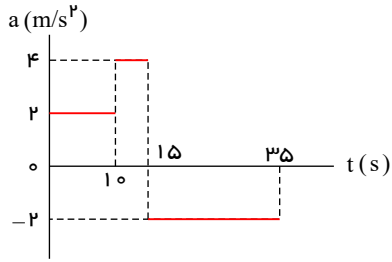
۴۲- نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه  $t = 0$  از مبدأ مکان با سرعت  $8 \text{ m/s}$  عبور کند، سرعت متوسط آن در بازه‌ای که حرکت آن تندشونده است، چند متر بر ثانیه است؟



- ۱) ۱۶
- ۲) ۴
- ۳) ۸
- ۴) ۵



۴۳- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور  $x$  در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه  $t = 0$  از مبدأ مکان با سرعت  $10 m/s$  عبور کند، تندی متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $30 s$  چند متر بر ثانیه است؟



$\frac{60}{7}$  (۷)

$\frac{65}{6}$  (۱)

$\frac{25}{2}$  (۴)

$\frac{80}{7}$  (۳)

۴۴- خودرویی با سرعت  $90 km/h$  در مسیری مستقیم در حال حرکت است. راننده ناگهان اتومبیلی را در فاصله  $120$  متری خود می بیند که با سرعت ثابت  $18 km/h$  هم جهت با آن در حال حرکت است. اگر بزرگی شتاب ترمز  $4 m/s^2$  باشد، حداکثر زمان عکس العمل راننده چند ثانیه باشد تا به اتومبیل مقابل برخورد نکند؟ (اتومبیل دوم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد.)

$2.5$  (۴)

$1.5$  (۳)

$2$  (۷)

$3.5$  (۱)

۴۵- متحرکی در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت  $7 m/s^2$  به حرکت درمی آید و مسافت  $d_1$  را طی می کند، سپس سرعت خود را با شتاب ثابتی به بزرگی  $4 m/s^2$  کاهش می دهد تا بعد از طی مسافت  $d_2$  متوقف شود. حاصل  $\frac{d_2}{d_1}$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{7}}{2}$  (۴)

$\frac{7}{4}$  (۳)

$\frac{2\sqrt{7}}{7}$  (۷)

$\frac{4}{7}$  (۱)

۴۶- متحرکی که با سرعت ثابت  $12 m/s$  روی محور  $x$  در حال حرکت است در مبدأ زمان از مکان  $x = -23 m$  عبور می کند. اگر این متحرک در مکان  $x = 37 m$  سرعتش را با شتاب ثابت  $4 m/s^2$  افزایش دهد، جابه جایی آن در دو ثانیه سوم حرکتش چند متر است؟

$26$  (۴)

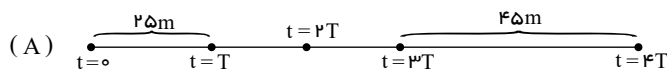
$38$  (۳)

$28$  (۷)

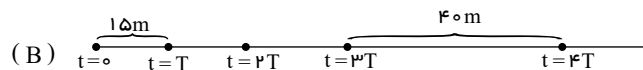
$78$  (۱)

۴۷- در چه صورت جهت بردار شتاب دو خودرو که بر خط راست و در جهت مخالف یکدیگر حرکت می کنند می تواند یکسان باشد؟  
 (۱) در صورتی که حرکت هر دو خودرو تندشونده باشد.  
 (۲) در صورتی که حرکت هر دو خودرو کندشونده باشد.  
 (۳) حرکت یکی تندشونده و دیگری کندشونده باشد.  
 (۴) در هر سه صورت چنین چیزی امکان پذیر است.

۴۸- هر یک از شکل های زیر مکان دو متحرک  $A$  و  $B$  را که با شتاب ثابت حرکت می کنند، در لحظه های  $t = 0, \dots, t = T, t = 4T$  نشان می دهد. در این صورت نسبت شتاب متحرک  $A$  به شتاب متحرک  $B$  کدام است؟



$\frac{14}{11}$  (۱)



$8$  (۷)

$18$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۴)

۴۹- قطاری با سرعت  $v$  در مسیر مستقیم در حال حرکت است. ناگهان واگنی از آن جدا شده و سرعت آن به صورت یکنواخت کاهش می یابد تا این که پس از طی مسافت  $60 m$  متوقف می شود. اگر سرعت قطار ثابت مانده باشد، مسافتی که بقیه قطار از لحظه جدایی واگن تا توقف آن طی می کند، چند متر است؟

$200$  (۴)

$80$  (۳)

$120$  (۷)

$20$  (۱)

۵۰- در مبدأ زمان، متحرک  $A$  با سرعت ثابت  $20 m/s$  و متحرک  $B$  با سرعت اولیه  $20 m/s$  و شتاب ثابت  $5 m/s^2$  از مبدأ مکان روی محور  $x$  عبور می کنند. بیشترین فاصله دو متحرک از یکدیگر قبل از آن که به هم برسند، چند متر خواهد بود؟

$40$  (۴)

$80$  (۳)

$120$  (۷)

$160$  (۱)



۵۱- دو متحرک  $A$  و  $B$  در مبدأ زمان با شتاب ثابت و یکسان  $10 m/s^2$  - یکی با تندی  $v_A$  در جهت مثبت محور  $x$  و دیگری تندی  $v_B = 2v_A$  در جهت منفی محور  $x$  از یک مکان مشخص ( $x_{0A} = x_{0B} > 0$ ) عبور می کنند. اگر این دو متحرک به ترتیب در لحظات  $t_A$  و  $t_B = \frac{t_A}{2}$  از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) بگذرند، نسبت تندی متحرک  $A$  در لحظه  $t_A$  به تندی متحرک  $B$  در لحظه  $t_B$  کدام است؟

- ①  $\frac{13}{14}$       ② ۲      ③  $\frac{11}{14}$       ④  $\frac{2}{3}$

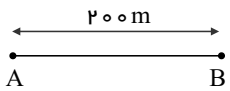
۵۲- دو متحرک  $A$  و  $B$  با سرعت های  $40 m/s$  و  $50 m/s$  در یک جهت در حال حرکت هستند. اگر هر دو متحرک در لحظه ای که مکان آن ها یکسان است، با شتاب ثابت ترمز کنند، پس از ۶ ثانیه سرعت آن ها با یکدیگر برابر می شود. در این لحظه فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

- ① ۳۵      ② ۱۵      ③ ۳۰      ④ ۲۵

۵۳- دو متحرک  $A$  و  $B$  به ترتیب با تندی های ثابت  $v_A = 12 m/s$  و  $v_B = 10 m/s$  در یک راستا به طرف هم در حال حرکت هستند. در لحظه ای که فاصله آن ها از یکدیگر برابر با  $84 m$  است، متحرک  $A$  با شتاب  $3 m/s^2$  حرکت خود را کند می کند تا بایستد. کمینه اندازه شتاب کندشونده متحرک  $B$  از این لحظه به بعد چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند؟

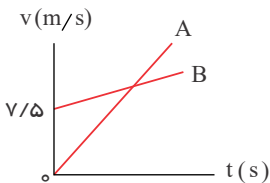
- ①  $\frac{5}{6}$       ② ۳      ③  $\frac{6}{5}$       ④  $\frac{1}{3}$

۵۴- دو متحرک  $A$  و  $B$  در فاصله مستقیم  $200$  متری از هم قرار دارند. متحرک  $B$  از حال سکون با شتاب ثابت  $3 \frac{m}{s^2}$  شروع به حرکت به سمت متحرک  $A$  می کند و همزمان با این شروع حرکت، متحرک  $A$  با سرعت ثابت از نقطه  $A$  به سمت متحرک  $B$  در حال حرکت است. اگر تندی دو متحرک در لحظه ای که به یکدیگر می رسند برابر بوده و اندازه جابه جایی متحرک  $A$  دو برابر اندازه جابه جایی متحرک  $B$  باشد، بزرگی سرعت متحرک  $A$  چند متر بر ثانیه است؟



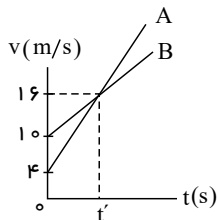
- ① ۱۰      ② ۱۵      ③ ۲۰      ④ ۲۵

۵۵- نمودار سرعت - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که در مبدأ زمان روی مسیری مستقیم از یک نقطه عبور می کنند، مطابق شکل زیر است. اگر از شروع حرکت دو متحرک به هم می رسند؟



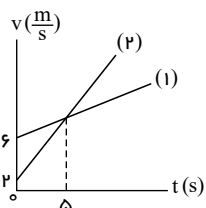
- ①  $15,7,5$       ②  $10,5$       ③  $15,5$       ④  $10,7,5$

۵۶- دو متحرک  $A$  و  $B$  از یک نقطه همزمان روی محور  $x$  حرکت کرده و نمودار سرعت - زمان آن ها مطابق شکل زیر است. اگر این دو متحرک، پس از ۶ ثانیه به هم برسند، شتاب متحرک  $B$ ، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- ① ۴      ② ۲      ③ ۱      ④  $\frac{3}{2}$

۵۷- نمودار سرعت - زمان دو متحرک (۱) و (۲) که همزمان از یک نقطه در مسیری مستقیم شروع به حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است، فاصله دو متحرک در لحظه ای که سرعت آن ها یکسان است چند متر است؟

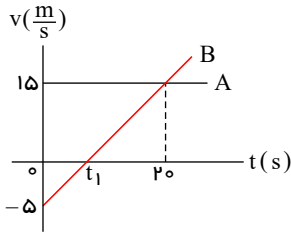


- ① ۴      ② ۶      ③ ۸      ④ ۱۰



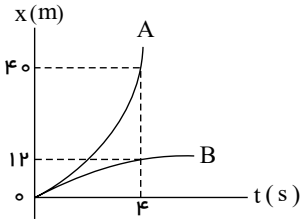


۵۸- نمودار سرعت - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که در مبدأ زمان هر دو از یک نقطه در مسیری مستقیم عبور کرده‌اند، به صورت زیر است. تا لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، چند ثانیه جهت حرکت دو متحرک یکسان است؟



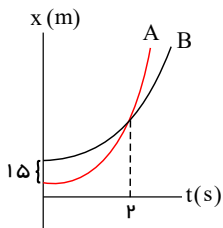
- ۵ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۳۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

۵۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که با شتاب ثابت روی محور  $x$  حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. اگر  $\vec{v}_A$  و  $\vec{v}_B$  به ترتیب از راست به چپ سرعت متحرک  $A$  و  $B$  در لحظه  $t = 4s$  باشند، حاصل  $\vec{v}_B - \vec{v}_A$  در  $SI$  کدام است؟ (دو نمودار در مبدأ زمان بر هم مماس هستند.)



- $-14\vec{i}$  (۱)
- $7\vec{i}$  (۲)
- $14\vec{i}$  (۳)
- $-7\vec{i}$  (۴)

۶۰- نمودار مکان - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که با شتاب ثابت، هم‌زمان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اختلاف اندازه سرعت دو متحرک  $12m/s$  می‌شود؟



- ۰٫۸ (۲)
- ۱٫۶ (۴)

- ۲٫۵ (۱)
- ۲ (۳)



## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ برای محاسبه مسافت طی شده، باید ابتدا تعیین کنیم متحرک در بازه زمانی مورد نظر تغییر جهت داده و یا خیر. بنابراین ابتدا لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد را می‌یابیم:

$$\left. \begin{aligned} x &= -t^2 + 4t - 4 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2m/s^2, v_0 = 4m/s$$

$$v = at + v_0 = -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

بنابراین مسافت طی شده طی ۴ ثانیه ابتدایی حرکت برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_1 = 0 - (-4) = 4 \Rightarrow \ell_1 = 4m$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 0 \\ t_3 = 4s \Rightarrow x_3 = -4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_2 = (-4) - 0 = -4 \Rightarrow \ell_2 = 4m$$

$$\ell = \ell_1 + \ell_2 = 4 + 4 = 8$$

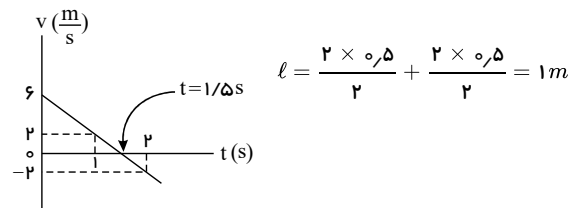
برای محاسبه جابه‌جایی در ۴ ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = -4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = x_2 - x_1 = -4 - (-4) = 0$$

۲ - گزینه ۱ با توجه به معادله حرکت در می‌یابیم که:

$$\left\{ \begin{aligned} x &= -2t^2 + 6t + 3 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2}a &= -2 \Rightarrow a = -4m/s^2 \\ v_0 &= 6m/s \\ x_0 &= 3m \end{aligned} \right.$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 6 \Rightarrow 0 = -4t + 6 \Rightarrow t = 1.5s$$



برای تعیین تندی متوسط در ثانیه دوم حرکت، مسافت پیموده شده توسط متحرک را می‌یابیم، داریم:

در نتیجه با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1}{1} = 1m/s$$

۳ - گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن برابر با صفر شود. داریم:

$$x = t^2 - 10t - 20 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0} \left\{ \begin{aligned} a &= 2m/s^2 \\ v_0 &= -10m/s \end{aligned} \right. \xrightarrow{v = at + v_0} 2t - 10 = 0 \Rightarrow t = 5s$$

۴ - گزینه ۱ راه اول: با توجه به این که شتاب حرکت منفی و سرعت اولیه متحرک برابر با  $2m/s$  است، بنابراین در لحظه‌ای که تندی  $14m/s$  است، سرعت برابر با  $14m/s$  است:

$$x = -4t^2 + 2t + 1 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0} \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2}a &= -4 \Rightarrow a = -8m/s^2 \\ v_0 &= 2m/s \end{aligned} \right.$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0 = 2m/s, v = -14m/s} -14 = -8t + 2 \Rightarrow t = 2s$$

$$\Rightarrow x = -4 \times 2^2 + 2 \times 2 + 1 = -11m$$

راه دوم:

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{|v| = 14m/s, a = -8m/s^2} (14)^2 - 2^2 = 2 \times (-8)\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{14^2 - 2^2}{16} = -12m \xrightarrow{x_0 = 1m} -12 = x - 1 \Rightarrow x = -11m$$



۵ - گزینه ۲ برای نوشتن معادله مکان - زمان، بنابه رابطه  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$  باید  $a$ ،  $v_0$  و  $x_0$  مشخص باشند، بنابراین چون  $v_0$ ،  $x_0$  و  $x$  مشخص اند، ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم. دقت کنید، در لحظه  $t = 0$ ، سرعت جسم برابر با  $v_0$  می‌باشد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow[v_0=5\text{ m/s}, x_0=12\text{ m}]{v=3\text{ m/s}, x=16\text{ m}} 9 - 25 = 2a(16 - 12)$$

$$\Rightarrow -16 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -2\text{ m/s}^2$$

اکنون می‌توان معادله مکان - زمان را نوشت:

$$x_0 = 12\text{ m}, a = -2\text{ m/s}^2, v_0 = 5\text{ m/s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 5t + 12 \Rightarrow x = -t^2 + 5t + 12$$

۶ - گزینه ۱ ابتدا معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1\text{ s} \\ \xrightarrow{x_1 = 16\text{ m}} 16 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0 & (1) \\ t_2 = 5\text{ s} \\ \xrightarrow{x_2 = 0} 0 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + x_0 & (2) \\ t_3 = 6\text{ s} \\ \xrightarrow{x_3 = -14\text{ m}} -14 = 18a + 6v_0 + x_0 & (3) \end{cases}$$

$$\text{حل معادله} \begin{cases} (1), (2) : -3a - v_0 = 4 & (4) \\ (2), (3) : 14 = -\frac{11}{2}a - v_0 & (5) \end{cases}$$

به کمک معادله‌های (۴) و (۵) داریم:

$$\begin{cases} -3a - v_0 = 4 \\ -\frac{11}{2}a - v_0 = 14 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل دو رابطه}} -\frac{5}{2}a = 10 \Rightarrow a = -4\text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 4\text{ m/s}^2$$

۷ - گزینه ۱ راه‌حل اول: دو ثانیه سوم یعنی بازه زمانی ۴s تا ۶s داریم:

$$t_1 = 4\text{ s} \Rightarrow v_1 = -3(4) + 4 = -8\text{ m/s}$$

$$t_2 = 6\text{ s} \Rightarrow v_2 = -3(6) + 4 = -14\text{ m/s}$$

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-8 + (-14)}{2} \times (6 - 4) \Rightarrow |\Delta x| = 22\text{ m}$$

راه‌حل دوم: با استفاده از رابطه جابه‌جایی در  $T$  ثانیه  $n$  ام در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x = (n - 0.5)aT^2 + v_0T \Rightarrow \Delta x = (3 - 0.5)a(2)^2 + v_0(2)$$

$$\Rightarrow \Delta x = 2.5(-3)(2)^2 + 4(2) \Rightarrow |\Delta x| = |-30 + 8| = 22\text{ m}$$

۸ - گزینه ۱ با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[v_0=20\text{ m/s}, a=-4\text{ m/s}^2, t=3\text{ s}]{v_1=20\text{ m/s}} \Delta x = \frac{-1}{2} \times 4 \times 3^2 + 20 \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x = 42\text{ m} \Rightarrow \text{بردار جابه‌جایی} = 42\vec{i}(\text{m})$$

۹ - گزینه ۱

$$3\text{ s} \leq t \leq 6\text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow[v_1=3\text{ s}, v_2=6\text{ s}]{v_1=at_1, v_2=at_2} v_{av} = \frac{a(t_1 + t_2)}{2} \xrightarrow[a=4\text{ m/s}^2]{} v_{av} = \frac{4 \times (3 + 6)}{2} = 18\text{ m/s}$$

۱۰ - گزینه ۳ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

ثانیه پنجم یعنی بازه زمانی  $t_1 = 4\text{ s}$  تا  $t_2 = 5\text{ s}$ ، برای محاسبه جابه‌جایی در ثانیه پنجم، سرعت را در لحظه‌های  $t_1 = 4\text{ s}$  و  $t_2 = 5\text{ s}$  به دست می‌آوریم. داریم:



علیرضا ایدل خانی

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=4s} v_1 = 4a + 18$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=5s} v_2 = 5a + 18$$

در ثانیه پنجم جابه‌جایی برابر با صفر است، بنابراین:

$$\Delta x = 0 \Rightarrow v_1 + v_2 = 0 \Rightarrow 4a + 18 + 5a + 18 = 0 \Rightarrow a = -4 m/s^2$$

برای محاسبه مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه ابتدایی حرکت، جابه‌جایی متحرک را در لحظات قبل و بعد از آن که سرعتش صفر شود، محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 18 = 0 \Rightarrow t = 4.5s$$

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v'}{2} \Delta t_1 = \frac{18 + 0}{2} \times (4.5 - 0) \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{81}{2} m$$

$$v'' = -4 \times 10 + 18 \Rightarrow v'' = -22 m/s$$

$$\Delta x_2 = \frac{v' + v''}{2} \Delta t_2 = \frac{0 + (-22)}{2} (10 - 4.5) \Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{121}{2} m$$

بنابراین:

$$\text{مسافت طی شده} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = \frac{81}{2} + \frac{121}{2} = 101 m$$

۱۱ - گزینه ۲

$$v_{t=2s} = at + v_0 \xrightarrow{a=5m/s^2, t=2s} v_{t=2s} = 10 + v_0 \quad (1)$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v_{t=2s}}{2} \xrightarrow{(1)} v_{av} = \frac{2v_0 + 10}{2} \Rightarrow 4 = \frac{2v_0 + 10}{2} \Rightarrow v_0 = -1 m/s$$

۱۲ - گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{22 - (-18)}{4} = \frac{v_1 + 16}{2} \Rightarrow v_1 = 4 m/s$$

حال با استفاده از معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v - v_0 = at \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_0} \Rightarrow \frac{16 - 4}{4} = \frac{4}{16 - v_0} \Rightarrow v_0 = -2 m/s$$

۱۳ - گزینه ۳ با استفاده از رابطه مکان - زمان در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{\Delta x=36m, v_0=0, t=3s} 36 = \frac{1}{2} a \times 9 \Rightarrow a = 8 m/s^2$$

بنابراین سرعت متحرک در هر ثانیه  $8 m/s$  افزایش می‌یابد.

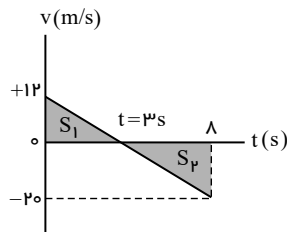
۱۴ - گزینه ۲ حرکت با شتاب ثابت و به صورت تندشونده است، پس  $v_0$  و  $a$  هم‌علامت هستند. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{a(2T) + v_0}{a(T) + v_0} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1 + \frac{aT}{aT + v_0} < 2$$

$$\Rightarrow 1 < \frac{v'}{v} < 2 \Rightarrow v < v' < 2v$$

۱۵ - گزینه ۳ سرعت متحرک از  $12 m/s$  به  $-20 m/s$  رسیده پس قطعاً تغییر جهت داریم. برای به‌دست آوردن مسافت نیاز به محاسبه لحظه تغییر جهت داریم.

از نمودار سرعت - زمان استفاده می‌کنیم:



$$\rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 12a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20 - 12}{8} = -4 m/s^2$$

$$\xrightarrow{\text{در لحظه تغییر جهت } v=0} 0 = -4t + 12 \Rightarrow t = 3s$$

۱ توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، داریم:

$$S_1 = \frac{12 \times 3}{2} = 18 m, |s_2| = \frac{(8 - 3) \times 20}{2} = 50 m$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:



$$d = S_1 + S_2 = 18 + 50 = 68m$$

۱۶ - گزینه ۴ از آنجایی که  $v_{t_2} < v_{t_1}$  است، بنابراین چون حرکت با شتاب ثابت است، در ابتدا نوع حرکت متحرک کندشونده است. اگر فرض کنیم متحرک در ابتدا در خلاف جهت محور  $x$  در حال حرکت است، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 - (-10)}{3} = 4m/s^2$$

لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود ( $t'$ ) را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta v = 0 - (-10) = 10m/s, \Delta t = t' - 1, a = 4m/s^2} 4 = \frac{10}{t' - 1}$$

$$t' = 3.5s, \text{ و } \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$$

$$\ell = |\Delta x_{1s-3.5s}| + |\Delta x_{3.5s-4s}| = \left| \frac{-10 + 0}{2} \times 2.5 \right| + \left| \frac{0 + 2}{2} \times 0.5 \right| = 12.5 + 0.5 = 13m$$

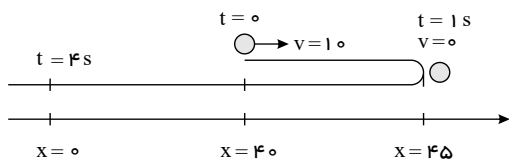
۱۷ - گزینه ۱ تندی متوسط برابر است با  $\bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$  پس باید به دنبال مسافت باشیم. ابتدا مکان و لحظه تغییر جهت متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = 0 \rightarrow \begin{cases} v = at + v_0 \\ 0 = -10t + 10 \rightarrow t = 1s \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}(-10)1^2 + 10 \times 1 + 40 = 45m$$

یعنی متحرک پس از ۱s از شروع حرکت به  $x = 45m$  می‌رسد و سپس دور می‌زند چون تندی متوسط تا نقطه رسیدن به مبدأ مکان خواسته شده، زمان رسیدن به مبدأ مکان ( $x = 0$ ) را پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-10)t^2 + 10t + 40 \rightarrow \begin{matrix} t = -2s \times \\ t = 4s \end{matrix}$$

با توجه به شکل حرکت داریم:



$$\text{مسافت} = (45 - 40) + (45 - 0) = 50m \rightarrow \bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{50}{4} = 12.5m/s$$

۱۸ - گزینه ۲ چون شتاب حرکت جسم ثابت است، ابتدا با استفاده از رابطه  $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$ ، سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم. دقت کنید چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت طی شده برابر با جابه‌جایی است.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 28m, v = 11m/s, \Delta t = 4s} 28 = \frac{11 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 3m/s$$

اکنون، با استفاده از معادله سرعت می‌توان شتاب متحرک را به دست آورد.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v = 11m/s, t = 4s, v_0 = 3m/s} 11 = a \times 4 + 3 \Rightarrow 8 = 4a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

۱۹ - گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی در ثانیه  $n$  برابر با  $\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n - 1) + v_0$  می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$\Delta x_4 - \Delta x_2 = 4 - 12 = a(4 - 2) \Rightarrow -8 = 2a \Rightarrow a = -4m/s^2$$

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n - 1) + v_0 \Rightarrow \Delta x_2 = 12 = 1.5(-4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 18m/s$$

$$|\Delta x_{13}| = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \left| \frac{18^2}{2 \times (-4)} \right| = 40.5m$$

۲۰ - گزینه ۴ روش اول:

$$v_0 = 108km/h = 30m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2t + 30 = 0 \Rightarrow t = 15s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{15} = \frac{1}{2}(-2) \times (15)^2 + 30 \times 15 = 225m \\ \Delta x_{13} = \frac{1}{2}(-2) \times (13)^2 + 30 \times 13 = 221m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_{15} - \Delta x_{13} = 225 - 221 = 4m$$



روش دوم: می‌توان حرکت را برعکس کرد یعنی جسم از حال سکون با شتاب مثبت  $2m/s^2$  شروع به حرکت می‌کند و مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول حرکت را می‌خواهیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4m$$

۲۱ - گزینه ۳ ابتدا معادله سرعت - مکان داده شده در صورت سؤال را به فرم  $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$  می‌نویسیم:

$$v^2 = 2(x - 16 + 16) \Rightarrow v^2 - 64 = 4\Delta x$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow \begin{cases} a = 2m/s^2 \\ v_0 = 8m/s \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=2m/s^2, v_0=8m/s, x_0=16m} x = t^2 + 8t + 16 \xrightarrow{t=2s} x = 4 + 16 + 16 = 36m$$

دقت شود چون  $v = 2\sqrt{x}$  است پس همواره  $x > 0$  و  $v > 0$  می‌باشد. پس  $v_0$  نیز مثبت می‌باشد.

۲۲ - گزینه ۱ متحرک  $\frac{1}{9}$  ابتدایی مسیر را در مدت  $t_1$  و بقیه آن را در مدت  $t_2$  طی کرده است. بنابراین کل مسیر را در مدت  $(t_1 + t_2)$  طی کرده است. در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

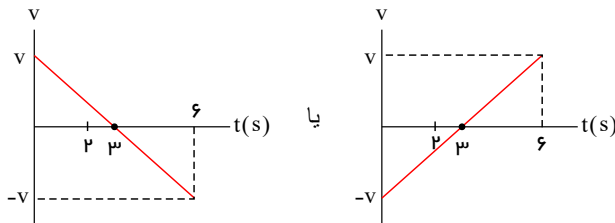
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$v_0 = 0 \rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{9}d}{d} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 2$$

۲۳ - گزینه ۴ با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \xrightarrow{v_1=5m/s, \Delta x_1=16m, \Delta x_2=20m} \left(\frac{v_2}{5}\right)^2 = \frac{20}{16} \Rightarrow v_2 = 2.5\sqrt{5}m/s$$

۲۴ - گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت در لحظاتی تندی متحرک یکسان می‌شود که متحرک از یک مکان عبور کند، اگر متحرک در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  از یک نقطه عبور کند در این صورت در لحظه  $t_s = \frac{t_1 + t_2}{2}$ ، تندی متحرک صفر می‌شود و جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. بنابراین در لحظه  $t_s = \frac{0 + 6}{2} = 3s$  تندی متحرک صفر و جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، بنابراین از مبدأ زمان تا لحظه  $t = 3s$  نوع حرکت کندشونده و پس از لحظه  $t = 3s$  نوع حرکت تندشونده خواهد بود.



۲۵ - گزینه ۳ از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در حرکت با شتاب ثابت اگر متحرک تغییر جهت دهد ابتدا نوع حرکت متحرک کندشونده است و سپس تندشونده می‌شود.

۲۶ - گزینه ۲ نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین اندازه شتاب حرکت در مسیر حرکت ثابت است. از طرف دیگر خط مماس بر نمودار در لحظه  $t = 0$  افقی است، بنابراین متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_0^2}{v_1^2 - v_0^2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{v_2^2 - 0}{v_1^2 - 0} = \frac{0 - (-12)}{-8 - (-12)} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{3}$$

۲۷ - گزینه ۳ طبق نمودار زمانی که متحرک در مکان  $x = -9m$  قرار دارد، سرعت آن برابر با صفر است. با توجه به معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_1 \xrightarrow{v_1=0, v_2=12m/s} 144 - 0 = 2a \times 36 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

حال با استفاده دوباره از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \xrightarrow{v_1=0, v_0=?, a=2m/s^2} 0 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (-9) \Rightarrow v_0 = -6m/s$$

۲۱ - گزینه ۲ راه اول: شیب خط مماس بر منحنی  $x - t$  در لحظه  $t = 0$  برابر با سرعت اولیه است.

$$v_0 = -\frac{4_0}{4_0} = -1m/s$$

در لحظه  $t = 2s$  متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد و خواهیم داشت:



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(2)^2 + (-1)(2) + 40 \Rightarrow 2a = -38 \Rightarrow a = -19m/s^2$$

$$v = at + v_0 = (-19)(2) + (-1) = -39m/s$$

راه دوم: با استفاده از رابطه مستقل از شتاب داریم:

$$\frac{v + v_0}{2} = \frac{x - x_0}{t} = \frac{-40}{2} \xrightarrow{v_0 = -1m/s} v = -39m/s$$

۲۹ - گزینه ۲ برای به دست آوردن تندی متحرک در لحظه  $t = 35s$  نیاز به دانستن شتاب و سرعت اولیه حرکت داریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(35)^2 + v_0 \times 35 + 350$$

$$\Rightarrow \frac{35}{2}a + v_0 = -10(1)$$

با توجه به نمودار می توان گفت در لحظه  $t = 30s$  متحرک از نقطه شروع حرکت می گذرد. بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a \times 30^2 + 30v_0 \Rightarrow 15a + v_0 = 0(2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = -4m/s^2 \Rightarrow 15(-4) + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 60m/s$$

$$v = at + v_0 = -4(35) + 60 = -140 + 60 = -80m/s$$

۳۰ - گزینه ۳ در لحظه  $t = 6s$  چون شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان (سرعت متحرک) صفر است. جهت حرکت متحرک تغییر می کند.

از طرفی چون لحظات  $t_1 = 3s$  و  $t_p = 9s$  به صورت متقارن در دو طرف لحظه تغییر جهت هستند. بنابراین جابه جایی متحرک در این بازه زمانی برابر با صفر است و مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 3s$  تا  $t_p = 9s$  دو برابر جابه جایی از لحظه  $t_1 = 3s$  تا  $t = 6s$  است، یعنی بزرگی جابه جایی در هر دو بازه زمانی ۳ ثانیه برابر با  $6m$  است.

از لحظه  $t = 6s$  تا  $t_p = 9s$  متحرک در مدت  $\Delta t = 3s$ ، به اندازه  $\Delta x = -6m$  جابه جا شده است؛ به کمک رابطه مکان - زمان، شتاب را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -6 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{3}m/s^2$$

از لحظه  $t = 6s$  تا لحظه ای که متحرک به مبدأ مکان رسیده است، متحرک با سرعت  $v_p = 0$  شروع به حرکت کرده است و  $\Delta x' = -54m$  جابه جا شده است و در انتها به سرعت  $v'$  رسیده

است؛ به کمک رابطه مستقل از زمان  $v'$  را به دست می آوریم:

$$v'^2 - v_p^2 = 2a\Delta x'$$

$$\Rightarrow v'^2 - 0 = 2 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times (-54) \Rightarrow |v'| = 12m/s$$

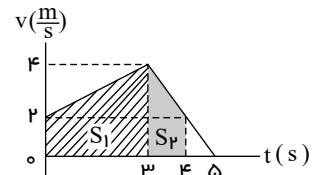
۳۱ - گزینه ۳ چون نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین حرکت با شتاب ثابت است. از طرفی با توجه به شکل شیب خط مماس بر نمودار ابتدا منفی و اندازه آن در حال کم شدن می باشد. بنابراین شتاب حرکت متحرک ثابت و مثبت است و لذا نمودار سرعت - زمان به صورت خط راست با شیب مثبت است و از آن جا که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در مبدأ زمان منفی است، بنابراین سرعت اولیه متحرک منفی است و لذا نمودار سرعت - زمان آن مطابق گزینه ۳ است.

۳۲ - گزینه ۴ با توجه به این که در ۵ ثانیه اول، سرعت ثانویه از سرعت اولیه کم تر است، پس شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول منفی است. یعنی:

$$a_{av} = \frac{v_p - v_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-4}{10} = \frac{0 - v_1}{5} \Rightarrow v_1 = 2m/s$$

حال باید سرعت را در لحظه  $t = 4s$  بیابیم، با توجه به این که در بازه  $t = 3s$  تا  $t = 5s$  حرکت با شتاب ثابت  $-2m/s^2$  است،  $(a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{5 - 3} = -2m/s^2)$  داریم:

$$v_0 = 4m/s \quad (t_1 = 3s, t_r = 5s) \quad v = at + v_0 \xrightarrow{a = -2m/s^2, t = 1s} v = (-2 \times 1) + 4 = 2m/s$$



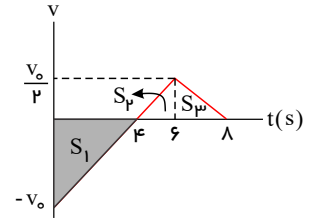
مساحت زیر نمودار  $(v - t)$  در بازه  $(0, 4s)$  جابه جایی متحرک را در این بازه به ما می دهد.

$$S_1 = \frac{(4 + 2) \times 3}{2} = 9m, S_2 = \frac{(2 + 4) \times 1}{2} = 3m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x = S_1 + S_2}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 4} v_{av} = \frac{12}{4} = 3m/s$$

۳۳ - گزینه ۳ ابتدا لحظه ای که نمودار سرعت - زمان محور زمان را قطع می کند، به دست می آوریم:



$$\frac{v_0}{2} = \frac{6-t'}{t'} \Rightarrow 12-2t' = t' \Rightarrow t' = 4s$$



در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 4s$  و بازه زمانی  $t = 6s$  تا  $t = 8s$  نوع حرکت متحرک کندشونده است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در این مدت برابر است با:

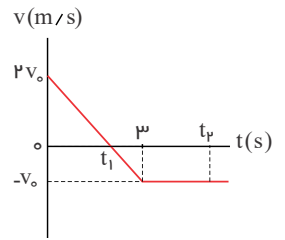
$$\left. \begin{aligned} \ell_1 &= S_1 + S_p = \frac{v_0 \times 4}{2} + \frac{v_0 \times 2}{2} = \frac{5}{2}v_0 \\ \ell_2 &= S_p = \frac{v_0 \times (6-4)}{2} = \frac{v_0}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\frac{v_0}{2}}{\frac{5}{2}v_0} = \frac{1}{5}$$

۳۴ - گزینه ۳ متحرک در لحظه  $t = 0$  از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین در لحظه‌ای که دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند، جابه‌جایی آن برابر با صفر می‌شود. از طرفی می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. بنابراین ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را می‌یابیم، داریم:

$$\frac{2v_0}{v_0} = \frac{t_1}{3-t_1} \Rightarrow t_1 = 2s$$

از لحظه صفر تا  $t = 2s$ ، نمودار سرعت - زمان بالای محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن مثبت است. داریم:

$$S_1 = \frac{2 \times 2v_0}{2} = 2v_0$$



از لحظه  $t_1 = 2s$  به بعد، نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن منفی است. اگر فرض کنیم متحرک در لحظه  $t_p$  به مبدأ مکان باز می‌گردد، داریم:

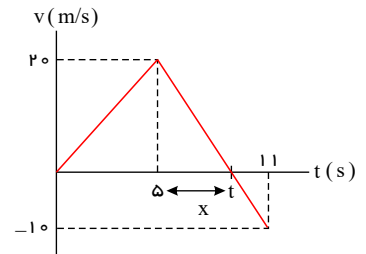
$$|S_p| = \frac{(t_p - t_1) + (t_p - 2)}{2} \times v_0 \xrightarrow{t_1=2s} |S_p| = \frac{(t_p - 2) + (t_p - 3)}{2} \times v_0 = \frac{2t_p - 5}{2}v_0$$

در نتیجه داریم:

$$S_1 = |S_p| \Rightarrow 2v_0 = \frac{2t_p - 5}{2}v_0 \Rightarrow t_p = 4.5s$$

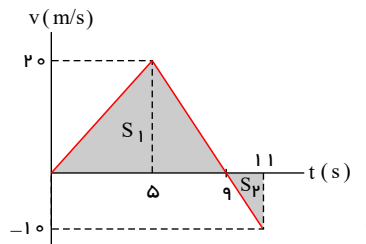
۳۵ - گزینه ۴ جهت سرعت، جهت حرکت را نشان می‌دهد. پس متحرک از لحظه شروع تا  $t$  در جهت مثبت و پس از آن در جهت منفی حرکت کرده است. با توجه به اینکه جابه‌جایی = مساحت زیر نمودار است، پس از یافتن  $t$ ، جابه‌جایی متحرک را پیدا می‌کنیم.

$$\text{شیب خط ثابت} \Rightarrow \frac{-30}{6} = \frac{-20}{x} \\ x = 4 \rightarrow t = 9s$$



$$S_1 = \frac{9 \times 20}{2} = 90m \Rightarrow \Delta x = 90m$$

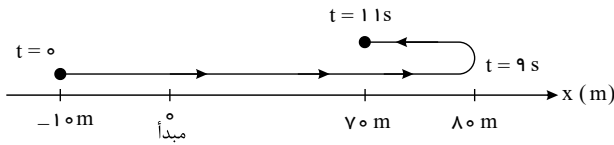
$$S_p = \frac{2 \times (-10)}{2} = -10(m) \Rightarrow \Delta x = -10m$$







با توجه به مکان اولیه متحرک ( $x_0 = -10\text{m}$ ) شکل حرکت به صورت زیر رسم می شود و حداکثر فاصله از مبدأ مکان برابر با  $80\text{m}$  و آن هم در  $t = 9\text{s}$  است.

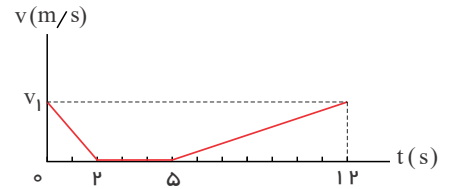


۳۶ - گزینه ۱ با توجه به نمودار زیر، چون سرعت متحرک همواره نامنفی بوده، بیشترین فاصله آن از مبدأ حرکت برابر با جابه جایی آن است. جابه جایی نیز برابر با مساحت زیر منحنی سرعت - زمان است. پس:

$$d_{\max} = \Delta x_{(0 \leq t \leq 12\text{s})} = \Delta x_{(0 \leq t \leq 2\text{s})} + \Delta x_{(2\text{s} \leq t \leq 5\text{s})} + \Delta x_{(5\text{s} \leq t \leq 12\text{s})}$$

$$\Rightarrow 63 = \left(\frac{1}{2} \times v_1 \times 2\right) + 0 + \left(\frac{1}{2} \times v_1 \times 7\right)$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{63}{4.5} = 14\text{m/s}$$



حال می توان مسافت طی شده در مرحله تندشونده (یعنی از لحظه  $5\text{s}$  تا  $12\text{s}$ ) را با محاسبه مساحت زیر نمودار به دست آورد:

$$d_{(5\text{s} \leq t \leq 12\text{s})} = \frac{1}{2} \times 14 \times 7 = 49\text{m}$$

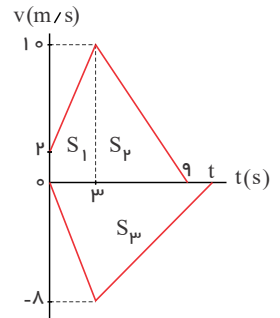
۳۷ - گزینه ۲ می دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار  $v - t$  و محور  $t$  برابر جابه جایی متحرک است. بنابراین کافی است مساحت سطح محصور بین هر کدام از نمودارها را حساب نموده و مساوی هم قرار دهیم. دقت کنید، چون تا لحظه توقف، علامت سرعت متحرک ها تغییر نکرده است ( $v_B < 0$ ) و ( $v_A > 0$ )، متحرک ها تغییر جهت نداده اند، لذا جابه جایی و مسافت طی شده آن ها با هم برابر است.

$$\Delta x_A = S_1 + S_2 = \left(\frac{2+10}{2} \times 3\right) + \left(\frac{6 \times 10}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = 18 + 30 = 48\text{m}$$

$$\Delta x_B = |S_3| = \left|\frac{-8 \times t}{2}\right| \Rightarrow \Delta x_B = 4t$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow 48 = 4t \Rightarrow t = 12\text{s}$$



با توجه به شکل، متحرک  $A$  در لحظه  $t = 9\text{s}$  و متحرک  $B$  در لحظه  $t = 12\text{s}$  متوقف می شود. بنابراین متحرک  $B$  به مدت  $\Delta t = 12 - 9 = 3\text{s}$  بعد از متحرک  $A$  متوقف می گردد.

۳۸ - گزینه ۴ با توجه به نمودار شتاب - زمان، در لحظات صفر تا  $t_1$  و  $t_2$  تا  $t_3$  شتاب حرکت صفر است بنابراین شیب نمودار سرعت - زمان باید صفر باشد. در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  شتاب حرکت منفی است، در نتیجه شیب نمودار سرعت - زمان باید منفی باشد. هر سه گزینه این شرایط را برآورده می کنند.

۳۹ - گزینه ۳ نمودار از سه قسمت با شتاب های ثابت متفاوت تشکیل شده است.

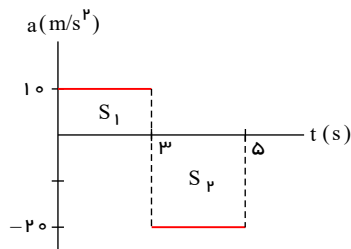
$$v_{t=5\text{s}} = v_0 + a_1 t = 0 + 2 \times 5 = 10\text{m/s}$$

در بازه زمانی  $t = 5\text{s}$  تا  $t = 15\text{s}$  شتاب صفر است؛ پس سرعت متحرک در این بازه ثابت و برابر  $10\text{m/s}$  است. برای بازه  $t = 15\text{s}$  تا  $t = 25\text{s}$  داریم:

$$v_{t=25\text{s}} = a_2 t + v_{t=15\text{s}} = -2 \times 10 + 10 = -10\text{m/s}$$

۴۰ - گزینه ۱

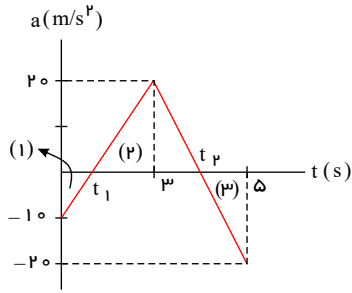
ابتدا نمودار  $a - t$  را به  $v - t$  تبدیل می کنیم و سطح زیر نمودار شتاب - زمان معرف تغییر سرعت است:



$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = 10 \times 3 = 30 \Rightarrow v_3 - v_0 = 30 \Rightarrow v_3 + 10 = 30 \\ \Rightarrow v_3 = 20\text{m/s} \\ S_2 = 2 \times (-20) = -40 \Rightarrow v_5 - v_3 = -40 \Rightarrow v_5 - 20 = -40 \\ \Rightarrow v_5 = -20\text{m/s} \end{array} \right.$$



و با استفاده از تشابه دو مثلث لحظه‌های تغییر جهت متحرک را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \frac{t_1}{10} = \frac{3-t_1}{20} \Rightarrow 2t_1 = 3 - t_1 \Rightarrow t_1 = 1s \\ \frac{t_p-3}{20} = \frac{5-t_p}{-20} \Rightarrow t_p - 3 = 5 - t_p \Rightarrow 2t_p = 8 \Rightarrow t_p = 4s \end{cases}$$

علامت سرعت متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_p = 4s$  مثبت است. بنابراین متحرک در این بازه زمانی در جهت مثبت محور  $x$  ها در حال حرکت است.  $t_p - t_1 = 3s$ .

۴۱ - گزینه ۳

$$v(t=0) = +6m/s, \Delta v(t=0, t=1s)$$

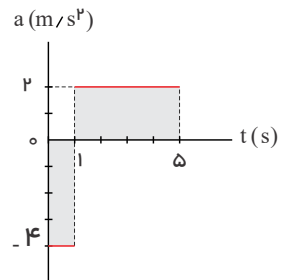
$$= -1 \times 4 = -4m/s$$

$$v(t=1s) = 6 - 4 = 2m/s$$

$$v(t=1s) = 2m/s, \Delta v(t=1s, t=5s)$$

$$= 2 \times 4 = 8m/s$$

$$v(t=5s) = 2 + 8 = 10m/s$$



- متحرک در لحظه  $t=0$  با سرعت  $6m/s$  در جهت محور  $x$  از مبدأ مکان عبور کرده و تا لحظه  $t=1s$  سرعتش به  $2m/s$  کاهش یافته است (حرکت کندشونده) سپس با شتاب  $2m/s^2$  سرعتش افزایش یافته و به  $10m/s$  رسیده است. (حرکت تندشونده)
- سرعت متحرک به صفر نرسیده و تغییر علامت نداده است، پس تغییر جهت نداریم.
- محاسبه جابه‌جایی توسط رابطه مستقل از شتاب:

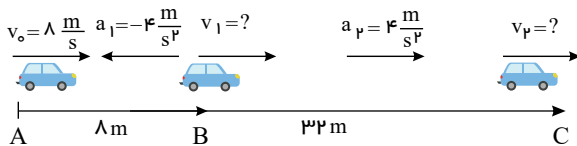
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t$$

$$\Delta x_1(t=0, t=1s) = \frac{6+2}{2} \times 1 = 4m$$

$$\Delta x_2(t=1s, t=5s) = \frac{2+10}{2} \times 4 = 24m$$

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 4 + 24 = 28m$$

۴۲ - گزینه ۳ حرکت متحرک مطابق شکل زیر است:



ابتدا معادله سرعت جابه‌جایی را برای مسیر  $AB$  می‌نویسیم و  $v_1$  را به دست می‌آوریم:

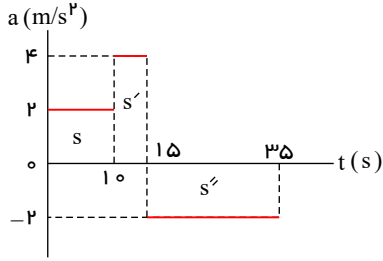
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow v_1^2 - 10^2 = 2(-2)(1) \Rightarrow v_1 = 0$$

همین کار را برای مسیر  $BC$  انجام می‌دهیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow v_2^2 = 2(4)(32) \Rightarrow v_2 = 16m/s$$

از آنجایی که فقط در مسیر  $BC$  حرکت تندشونده است، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 16}{2} = 8m/s$$



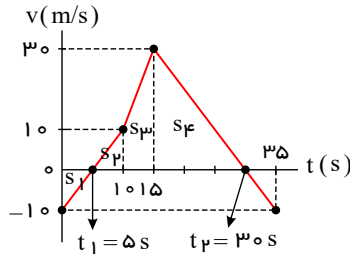
می‌دانیم سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با تغییرات سرعت است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} (0 - 10s) : \Delta v = S \Rightarrow v_{10} - v_0 = 20 &\xrightarrow{v_0 = -10m/s} v_{10} = 10m/s \\ \rightarrow (10s - 15s) : \Delta v = S' \Rightarrow v_{15} - v_{10} = 5 \times 4 &\xrightarrow{v_{10} = 10m/s} v_{15} = 30m/s \\ (15s - 35s) : \Delta v = S'' \Rightarrow v_{35} - v_{15} = -2 \times 20 &\xrightarrow{v_{15} = 30m/s} v_{35} = -10m/s \end{aligned}$$

لحظات  $t_1$  و  $t_2$  که متحرک تغییر جهت داده را به کمک تشابه مثلث‌ها می‌یابیم. داریم:

$$\begin{aligned} \frac{t_1}{10} = \frac{10 - t_1}{10} \Rightarrow 2t_1 = 10 \Rightarrow t_1 = 5s \\ \frac{t_2 - 15}{30} = \frac{35 - t_2}{10} \Rightarrow t_2 - 15 = 105 - 3t_2 \Rightarrow t_2 = 30s \end{aligned}$$

بنابراین نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:



با محاسبه مساحت‌ها که برابر با جابه‌جایی در آن بازه است، داریم:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25m, S_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25m \\ S_3 &= \frac{1}{2} (10 + 30) \times 15 = 300m, S_4 = \frac{1}{2} \times 15 \times 30 = 225m \\ s_{av} &= \frac{l}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2| + |S_3| + |S_4|}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{25 + 25 + 300 + 225}{30} \Rightarrow s_{av} = \frac{25}{2} m/s \end{aligned}$$

۴۴ - گزینه ۱ ابتدا سرعت‌های دو خودرو را برحسب  $m/s$  بدست می‌آوریم، داریم:

$$\begin{aligned} v_{0A} &= 90 km/h = \frac{90}{3.6} m/s = 25 m/s \\ v_B &= 18 km/h = \frac{18}{3.6} m/s = 5 m/s \end{aligned}$$

در لحظه‌ای که ماشین  $A$  شروع به ترمز گرفتن می‌کند ماشین  $B$  را در مکان  $x_{0B} = 0$  و ماشین  $A$  را در مکان  $x_{0A}$  فرض می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x_A &= \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \xrightarrow{v_{0A} = 25m/s, a_A = -4m/s^2} x_A = -2t^2 + 25t + x_{0A} \\ x_B &= v_B t + x_{0B} \xrightarrow{v_B = 5m/s, x_{0B} = 0} x_B = 5t \end{aligned}$$

در لحظه‌ای که دو متحرک در آستانه برخورد به هم هستند،  $x_A = x_B$  است.

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t^2 + 25t + x_{0A} = 5t \Rightarrow -2t^2 + 20t + x_{0A} = 0$$

برای اینکه دو اتومبیل به یکدیگر برخورد نکنند، می‌بایست این معادله جواب نداشته باشد یا حداکثر یک جواب داشته باشد.

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow 400 + 4x_{0A} \leq 0 \Rightarrow x_{0A} \leq -50m$$

بنابراین در لحظه‌ای که فاصله دو اتومبیل از یکدیگر ۵۰ متر می‌شود راننده باید ترمز بگیرد. چون قبل از گرفتن ترمز، هر دو اتومبیل با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. لحظه‌ای که فاصله دو اتومبیل ۵۰ متر می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \\ x_B = v_B t + x_{0B} \end{cases} \xrightarrow{x_{0A} = -120m, x_{0B} = 0, v_A = 25m/s, v_B = 5m/s} \begin{cases} x_A = 25t - 120 \\ x_B = 5t \end{cases}$$



$$x_A - x_B = -50m \rightarrow -50 = 20t - 120 \Rightarrow t = \frac{70}{20} = 3,5s$$

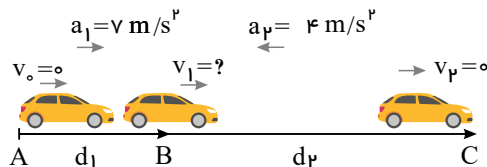
راه دوم: با استفاده از سرعت نسبی فاصله دو خودرو را در لحظه‌ای که راننده ترمز می‌گیرد را به دست می‌آوریم. حداقل فاصله دو خودرو در لحظه ترمز گرفتن را به شرط عدم برخورد محاسبه می‌کنیم. حداقل فاصله مربوط به حالتی است که در لحظه رسیدن خودرو عقبی به خودرو جلویی سرعت دو خودرو با یکدیگر برابر باشد، با استفاده از رابطه مستقل از زمان داریم:

$$v_{نسبی}^2 - v_0^2 = 2a_{نسبی} \Delta x$$

$$\frac{v_{نسبی}^2 - v_0^2}{2a_{نسبی}} = \Delta x \rightarrow \frac{0 - 20^2}{2(-4)} = \frac{0 - 20^2}{-8} = \frac{120 - 50}{20} = 3,5s$$

۴۵ - گزینه ۳

حرکت متحرک به شرح زیر است:



ابتدا معادله سرعت - جابه‌جایی را برای مسیر AB می‌نویسیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x \Rightarrow v_1^2 = 14d_1 \quad (1)$$

برای مسیر BC داریم:

$$0 - v_1^2 = 2 \times (-4) d_2 \Rightarrow v_1^2 = 8d_2 \quad (2)$$

$$\frac{(1), (2)}{v_1^2} \Rightarrow \frac{14d_1}{14d_1} = \frac{8d_2}{14d_1} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{7}{4}$$

۴۶ - گزینه ۴ روش اول:

در ابتدا متحرک از مکان  $x_0 = -23m$  تا  $x_1 = 37m$  با سرعت ثابت  $12m/s$  طی می‌کند. مدت زمان این حرکت برابر است با:

$$\Delta x_1 = v \Delta t_1 \Rightarrow 37 - (-23) = 12(t_1 - 0) \Rightarrow t_1 = 5s$$

از لحظه  $t_1 = 5s$  به بعد، حرکت متحرک با شتاب ثابت  $4m/s^2$  خواهد بود.

معادله حرکت آن از این لحظه به بعد به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}a(t - 5)^2 + v_0(t - 5) + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4(t - 5)^2 + 12(t - 5) + 37 \Rightarrow x = 2(t - 5)^2 + 12(t - 5) + 37$$

دو ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی  $t' = 4s$  تا  $t'' = 6s$ ، متحرک در بازه  $t' = 4s$  تا  $t'' = 6s$  دارای حرکت با سرعت ثابت و در بازه  $t_1 = 5s$  تا  $t'' = 6s$  دارای حرکت با شتاب ثابت است. داریم:

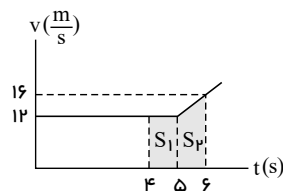
$$\Delta x_1 = v \Delta t_1 = 12 \times (5 - 4) \Rightarrow \Delta x_1 = 12m$$

$$\Delta x_2 = 2(t - 5)^2 + 12(t - 5) = 2(6 - 5)^2 + 12(6 - 5) \Rightarrow \Delta x_2 = 14m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 12 + 14 \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 26m$$

روش دوم: با استفاده از رسم نمودار سرعت - زمان و در نظر گرفتن این نکته که مساحت ناحیه محدود بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، در یک بازه

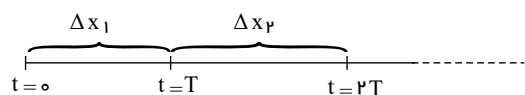
زمانی مشخص برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است، می‌توان مسأله را به سادگی حل کرد.



$$\Delta x_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = (5 - 4) \times 12 + \frac{12 + 16}{2} \times (6 - 5) \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 12 + 14 \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 26m$$

۴۷ - گزینه ۳ وقتی دو خودرو در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند، جهت بردار سرعت آن‌ها مخالف هم خواهد بود. حال اگر حرکت یکی از آنها تندشونده باشد، بردار شتاب و سرعتش هم جهت است و اگر دیگری کندشونده باشد بردار سرعت و شتاب مخالف خواهد بود در نتیجه بردار شتاب آن‌ها هم جهت می‌شود.

۴۸ - گزینه ۴



با استفاده از رابطه سرعت متوسط متحرک داریم:



$$\frac{v_0 + \overbrace{v_0 + aT}^{v_1}}{2} = \frac{\Delta x_1}{T} \Rightarrow \Delta x_1 = v_0 T + \frac{aT^2}{2}$$

$$\frac{\overbrace{v_0 + aT}^{v_1} + \overbrace{v_0 + 2aT}^{v_2}}{2} = \frac{\Delta x_2}{T} \Rightarrow \Delta x_2 = v_0 T + \frac{aT^2}{2} + aT^2 = \Delta x_1 + aT^2$$

$$\Rightarrow \Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)aT^2$$

$$A \text{ متحرک } \Delta x_f = \Delta x_1 + 3a_A T^2 \xrightarrow{\Delta x_f = 45m} 3a_A T^2 = 20m \quad (1)$$

$$B \text{ متحرک } : \Delta x_f = \Delta x_1 + 3a_B T^2 \xrightarrow[\Delta x_f = 40m]{\Delta x_1 = 15m} 3a_B T^2 = 25m \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

روش دوم:

$$t = T \text{ و } t = 0: \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + v_{0A} T \quad (1)$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + v_{0B} T \quad (2)$$

$$t = 4T \text{ و } t = 3T: \left. \begin{array}{l} \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + v_{0A} T \\ v_A = a_A(3T) + v_{0A} \end{array} \right\} \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + 3a_A T^2 + v_{0A} T \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + v_{0B} T \\ v_B = a_B(3T) + v_{0B} \end{array} \right\} \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + 3a_B T^2 + v_{0B} T \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} (3) - (1) = 3a_A T^2 = 20 \\ (4) - (2) = 3a_B T^2 = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

۴۹ - گزینه ۲ مسافتی که بقیه قطار بعد از جدا شدن واگن با سرعت ثابت طی می‌کند برابر است با:

$$\Delta x = v \Delta t$$

$v$  سرعت قطار است که برابر سرعت اولیه واگن موقع جدا شدن است و  $\Delta t$  زمان توقف واگن است. با توجه به آنکه سرعت نهایی واگن صفر است، داریم:

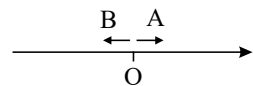
$$\Delta x' = \left( \frac{v_1 + v_2}{2} \right) \Delta t \Rightarrow 60 = \frac{0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow v \Delta t = 120m$$

پس مسافتی که قطار در این مدت طی کرده است برابر است با:

$$\Delta x = v \Delta t = 120m$$

۵۰ - گزینه ۱

معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:



$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 20t$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{5}{2}t^2 - 20t$$

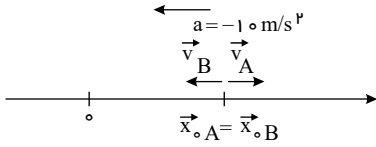
فاصله دو متحرک در هر لحظه برابر است با:

$$\Delta x = x_A - x_B \Rightarrow \Delta x = 20t - \left( \frac{5}{2}t^2 - 20t \right) \Rightarrow \Delta x = -\frac{5}{2}t^2 + 40t$$

عبارت فوق به صورت یک تابع درجه دوم است که برای محاسبه بیشینه آن داریم:

$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{-40}{2 \times \frac{-5}{2}} \Rightarrow t = 8s$$

$$\Delta x_{max} = -\frac{5}{2}(8)^2 + 40 \times 8 \Rightarrow \Delta x_{max} = 160m$$



طبق معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = x$$

$$x_0 = 0, a = -1 \text{ m/s}^2 \rightarrow -\Delta t^2 + v_A t_A = -x_{oA} \quad (1)$$

$$v_0 = v_A, t = t_A, x_0 = x_{oA}$$

$$x_0 = 0, a = -1 \text{ m/s}^2 \rightarrow -\frac{\Delta t^2}{2} - 2v_A \times \frac{t_A}{2} = -x_{oA} \quad (2)$$

$$v_0 = -2v_A, t_B = \frac{t_A}{2}, x_0 = x_{oA}$$

$$(1), (2) \rightarrow -\Delta t^2 + v_A t_A = -\frac{\Delta t^2}{2} - v_A t_A \Rightarrow \frac{1\Delta t^2}{2} - 2v_A t_A = 0$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{1}{1\Delta} v_A \begin{cases} v = at + v_0 \\ \rightarrow v'_A = -1 \cdot t_A + v_A \\ = \frac{-1\Delta}{2} v_A + v_A = \frac{-1\Delta}{2} v_A \\ \rightarrow v'_B = -1 \cdot t_B - 2v_A \\ = \frac{-1}{2} v_A - 2v_A = \frac{-1\Delta}{2} v_A \end{cases} \Rightarrow \frac{v'_A}{v'_B} = \frac{13}{14}$$

۵۲ - گزینه ۳ ابتدا معادلات مکان - زمان دو متحرک را از رابطه مستقل از شتاب می نویسیم.

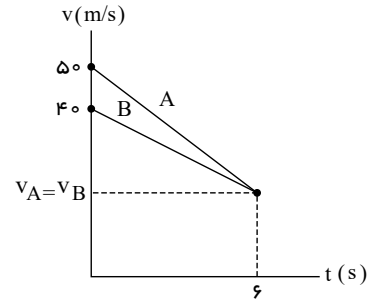
$$x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$$

$$A \begin{cases} v_1 = 40 \text{ m/s} \\ v_2 = v \\ \Delta t = 6 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A = \left(\frac{v + 40}{2}\right) \times 6$$

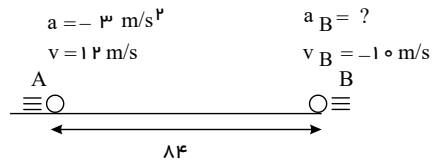
$$B \begin{cases} v_1 = 50 \text{ m/s} \\ v_2 = v \\ \Delta t = 6 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = \left(\frac{v + 50}{2}\right) \times 6$$

$$\Delta x = \Delta x_B - \Delta x_A = \left(\frac{v + 50}{2} \times 6\right) - \left(\frac{v + 40}{2} \times 6\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{v}{2} + 25 - \frac{v}{2} - 20\right) = 6 \times 5 = 30 \text{ m}$$



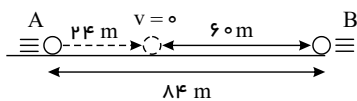
۵۳ - گزینه ۱ یک تصویر زیبا از هنر نمایی رانندگان رسم کنیم:



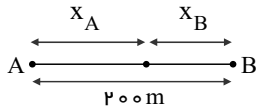
ابتدا مسافتی که A طی می کند تا متوقف شود را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 144 = 2 \times (-3)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 24 \text{ (m)}$$

متحرک B باید حداکثر در مسافت ۶۰ متر (۱۴۴ - ۲۴ = ۶۰) خود را متوقف کند پس داریم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = -60 \text{ m}} 0 - 100 = 2 \times a \times (-60) \rightarrow a = \frac{5}{6} \text{ m/s}^2$$



باتوجه به شکل زیر، چون اندازه جابه‌جایی متحرک A دو برابر اندازه جابه‌جایی متحرک B می‌باشد، اگر اندازه جابه‌جایی را با  $x$  نشان دهیم، داریم:

$$\frac{x_A}{x_B} = 2 \Rightarrow x_A = 2x_B$$

$$x_A + x_B = 200 \Rightarrow x_A + \frac{x_A}{2} = 200 \Rightarrow x_A = \frac{400}{3} m$$

تندی را با نماد  $v$ ، زمان را با  $t$  و شتاب متوسط را با  $\bar{a}$  نشان می‌دهیم. حال مدت زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را می‌یابیم:

$$x_A = v_A t \Rightarrow \frac{400}{3} = v_A t \Rightarrow t = \frac{400}{3v_A}$$

حال باتوجه به زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر و برابر بود تندی آن‌ها در آن لحظه، داریم:

$$\bar{a}_B = \frac{v_B - 0}{t} \xrightarrow{v_A = v_B} 3 = \frac{v_A - 0}{\frac{400}{3v_A}} \Rightarrow \frac{3v_A^2}{400} = 3$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 400 \Rightarrow v_A = 20 \frac{m}{s}$$

۵۵ - گزینه ۲ چون نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک به صورت خط راستی با شیب غیر صفر است، بنابراین شتاب حرکت متحرک‌های A و B ثابت است و بنابراین معادله سرعت - زمان آن‌ها به صورت زیر است:

$$v_A = a_A t + v_{0A} = 3t + 0 \Rightarrow v_A = 3t$$

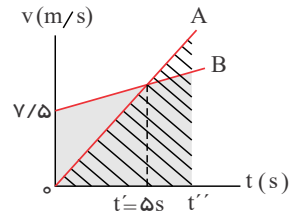
$$v_B = a_B t + v_{0B} = 1,5t + 7,5 \Rightarrow v_B = 1,5t + 7,5$$

در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود، داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow 3t' = 1,5t' + 7,5 \Rightarrow t' = 5s$$

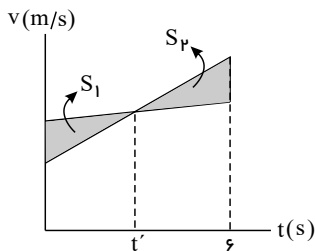
برای به دست آوردن لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، چون مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است و این دو متحرک بدون تغییر جهت حرکت می‌کنند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t'' \times 3t''}{2} = \frac{7,5 + (1,5t'' + 7,5)t''}{2} \Rightarrow t'' = 10s$$



به عنوان تمرین، با استفاده از معادله مکان - زمان دو متحرک A و B، لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند را محاسبه کنید.

۵۶ - گزینه ۲ مطابق شکل در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند  $S_1 = S_2$  است، بنابراین:

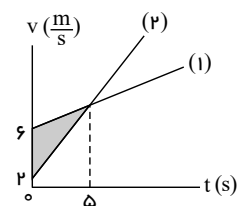


$$t' = \frac{6}{2} = 3s$$

شتاب متحرک B برابر است با:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 10}{3} = 2 m/s^2$$

مطابق با نمودار، در لحظه  $t = 5s$  سرعت دو متحرک یکسان است. از آنجایی که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه‌جایی متحرک (۱) برابر با مساحت دوزنقه بزرگ و جابه‌جایی متحرک (۲) برابر با مساحت دوزنقه کوچک است در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با اختلاف جابه‌جایی دو متحرک است:



$$S_{\text{هاشورزده}} = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، داریم:



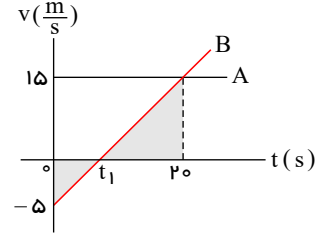
$$x_{o_1} = x_{o_2} \rightarrow S_{\text{هاشورزده}} = x_1 - x_2$$

در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با فاصله دو متحرک، در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است، می‌باشد.

$$S_{\text{هاشورزده}} = \frac{(6 - 2) \times 5}{2} = 10 \text{ m}$$

۵۸ - گزینه ۳ در شکل زیر با استفاده از نسبت اضلاع در دو مثلث هاشور خورده، لحظه  $t_1$  را می‌یابیم: (سرعت هر دو متحرک از لحظه  $t_1$  به بعد هم‌جهت و مثبت می‌شود).

$$\frac{15}{5} = \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$



حال می‌توان ابتدا شتاب متحرک B را یافت، سپس معادله مکان - زمان دو متحرک را تشکیل داد. در بازه  $5 \text{ s}$  تا  $20 \text{ s}$  داریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 0}{20 - 5} = 1 \text{ m/s}^2$$

پس:

$$\begin{cases} x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{o_B} t + x_{o_B} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} t^2 + (-5) t \\ x_A = v_A t + x_{o_A} \Rightarrow \Delta x_A = 15 t \end{cases}$$

چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده‌اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2} t^2 - 5t = 15t \Rightarrow 20t = \frac{1}{2} t^2 \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

در نتیجه بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$40 - 5 = 35 \text{ s}$$

۵۹ - گزینه ۱ راه‌حل اول:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{o_A} t + x_{o_A} \xrightarrow{x_{o_A}=0} x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{o_A} t$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{o_B} t + x_{o_B} \xrightarrow{x_{o_B}=0} x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{o_B} t$$

$$\xrightarrow{v_{o_A}=v_{o_B}} x_A - x_B = \frac{1}{2} (a_A - a_B) t^2$$

$$\xrightarrow{t=4 \text{ s}} 28 = \frac{1}{2} (a_A - a_B) \times 4^2 \Rightarrow a_A - a_B = \frac{28}{8} = \frac{7}{2} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{v}_A = \vec{a}_A t + \vec{v}_{o_A} \text{ و } \vec{v}_B = \vec{a}_B t + \vec{v}_{o_B} \xrightarrow{\vec{v}_{o_A}=\vec{v}_{o_B}} \vec{v}_B - \vec{v}_A = (\vec{a}_B - \vec{a}_A) t$$

$$\xrightarrow{a_B - a_A = \frac{-7}{2} \text{ m/s}^2} \vec{v}_B - \vec{v}_A = \frac{-7}{2} \times 4 \vec{i} = -14 \vec{i} \text{ (m/s)}$$

راه‌حل دوم: با توجه به رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_{o_A}}{2} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \xrightarrow{\Delta t_A=4 \text{ s}} v_A + v_{o_A} = 20 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_B + v_{o_B}}{2} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} \xrightarrow{\Delta t_B=4 \text{ s}} v_B + v_{o_B} = 6 \text{ m/s}$$

$$\xrightarrow{v_{o_A}=v_{o_B}} v_A - v_B = 14 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_B - \vec{v}_A = -14 \hat{i} \text{ (m/s)}$$

۶۰ - گزینه ۴

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_o t + x_o \xrightarrow{\begin{matrix} v_{o_A}=0 \\ v_{o_B}=0 \end{matrix}} \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + x_{o_A} \\ x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + x_{o_B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t=2 \text{ s}} \frac{1}{2} a_A \times 2^2 + x_{o_A} = \frac{1}{2} a_B \times 2^2 + x_{o_B}$$





$$x_{\circ B} - x_{\circ A} = 15m \rightarrow 2(a_A - a_B) = 15$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{15}{2} m/s^2 \xrightarrow{v = at + v_{\circ}, v_{\circ A} = v_{\circ B} = 0} \begin{cases} v_A = a_A t \\ v_B = a_B t \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = (a_A - a_B)t \xrightarrow{a_A - a_B = \frac{15}{2} m/s^2} 12 = \frac{15}{2} t$$

$$v_A - v_B = 12 m/s$$

$$\Rightarrow t = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1,6s$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۱۰ - ۳	۱۹ - ۱	۲۸ - ۲	۳۷ - ۲	۴۶ - ۴	۵۵ - ۲
۲ - ۱	۱۱ - ۲	۲۰ - ۴	۲۹ - ۲	۳۸ - ۴	۴۷ - ۳	۵۶ - ۲
۳ - ۲	۱۲ - ۲	۲۱ - ۳	۳۰ - ۳	۳۹ - ۳	۴۸ - ۴	۵۷ - ۴
۴ - ۱	۱۳ - ۳	۲۲ - ۱	۳۱ - ۳	۴۰ - ۱	۴۹ - ۲	۵۸ - ۳
۵ - ۲	۱۴ - ۲	۲۳ - ۴	۳۲ - ۴	۴۱ - ۳	۵۰ - ۱	۵۹ - ۱
۶ - ۱	۱۵ - ۳	۲۴ - ۲	۳۳ - ۳	۴۲ - ۳	۵۱ - ۱	۶۰ - ۴
۷ - ۱	۱۶ - ۴	۲۵ - ۳	۳۴ - ۳	۴۳ - ۴	۵۲ - ۳	
۸ - ۱	۱۷ - ۱	۲۶ - ۲	۳۵ - ۴	۴۴ - ۱	۵۳ - ۱	
۹ - ۱	۱۸ - ۲	۲۷ - ۳	۳۶ - ۱	۴۵ - ۳	۵۴ - ۳	